

약점 보강 1

1. 다음 중 50 의 소인수로만 이루어진 집합은?
[배점 2, 하중]

- ① {2, 5} ② {1, 2, 5}
③ {1, 2, 5, 10} ④ {2, 5, 10, 25}
⑤ {1, 2, 5, 10, 25, 50}

해설

50 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 50} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$
 이므로 50 의 소인수는 2, 5 이다.

2. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.
② 소수는 모두 홀수이다.
③ 가장 작은 소수는 1 이다.
④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

- ② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

3. 두 집합 $A = \{x | 1 \leq x \leq 20 \text{인 자연수}\}$, $B = \{x | x \text{는 약수의 개수가 2개인 자연수}\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 는 20 이하의 소수의 집합이므로
 $A \cap B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
 $\therefore n(A \cap B) = 8$

4. 108 을 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?
[배점 2, 하중]

- ① 4×27 ② $2^2 \times 3^3$
③ $2^2 \times 3^2$ ④ $2^2 \times 3 \times 5$
⑤ $2^3 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 108} \\ 2 \overline{) 54} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

5. 세 자연수 $5 \times x$, $6 \times x$, $9 \times x$ 의 최소공배수가 270 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$5 \times x$, $6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $9 \times x = 3^2 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5 \times x = 270$ 따라서 $x = 3$ 이다.

6. 어떤 자연수로 100 을 나누면 4 가 남고, 70 을 나누면 6 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면? [배점 3, 하상]

① 16 ② 18 ③ 24 ④ 32 ⑤ 48

해설

96 과 64 의 최대공약수이므로 32

7. 다음을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

$$5^3 = a, 7^b = 49$$

[배점 3, 하상]

- ① $a = 25, b = 1$ ② $a = 25, b = 2$
 ③ $a = 125, b = 1$ ④ $a = 125, b = 2$
 ⑤ $a = 125, b = 3$

해설

$5^3 = 125, 7^2 = 49$ 이므로 $a = 125, b = 2$ 이다.

8. 일렬로 늘어서 있는 전구에서 켜진 전구는 1, 꺼진 전구는 0 으로 나타낼 때, 3 개의 전구를 사용할 경우 나타낼 수 있는 수는 몇 가지인지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 가지

해설

전구가 다 꺼졌을 경우 : 0

전구가 다 켜졌을 경우 :

$$111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 7$$

0 에서 7 까지 8 가지

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 3, 하상]

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

10. 세 자연수 $5 \times a$, $7 \times a$, $3 \times a$ 의 최소공배수가 420 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{array}{r} a) \quad 5 \times a \quad 7 \times a \quad 3 \times a \\ \quad \quad 5 \quad \quad 7 \quad \quad 3 \\ a \times 5 \times 7 \times 3 = 420 \\ \therefore a = 4 \end{array}$$

11. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 12, 10, 4 의 최소공배수는 60 이다.
- ② 4, 5, 10 의 최소공배수는 20 이다.
- ③ 2, 3, 6 의 최소공배수는 6 이다.
- ④ 12, 24, 6 의 최소공배수는 24 이다.
- ⑤ 14, 6, 8 의 최소공배수는 100 이다.

해설

$$\begin{array}{r} 2) \quad 14 \quad 6 \quad 8 \\ \quad \quad 7 \quad 3 \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 7 \times 3 \times 4 = 168$ 이다.

12. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스

$$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

키위 1박스

$$2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$$

오렌지 1박스

$$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$$

바나나 1박스

$$2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$$

오렌지 1박스

$$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 바나나

해설

$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 :
 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 23100$
 → 거봉 1 박스의 가격 23100 원
 $2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18900$
 → 키위 1 박스의 가격 18900 원
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$ 의 최소공배수 :
 $2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 21000$
 → 오렌지 1 박스의 가격 21000 원
 $2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 :
 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12600$
 → 바나나 1 박스의 가격 12600 원

13. 다음 수 중 가장 큰 수를 골라라. [배점 3, 중하]

- ① $1010_{(2)}$ ② 2^3 ③ $1011_{(2)}$
 ④ $10000_{(2)}$ ⑤ 15

해설

- ① $1010_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 8 + 2 = 10$
 ② $2^3 = 8$
 ③ $1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 2 + 1 = 11$
 ④ $10000_{(2)} = 1 \times 2^4 = 16$
 ⑤ 15
 따라서 가장 큰 수는 $10000_{(2)} (= 16)$ 이다.

14. 세 자연수 8, 9, 18 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 세 자리 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.
 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 145

해설

8, 9, 18 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 수는 세 수의 공배수보다 1 큰 수이므로, 구하고자 하는 수는 가장 작은 세 자리의 공배수에 1 을 더한 수이다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 8 \quad 9 \quad 18 \\ 3) \ 4 \quad 9 \quad 9 \\ 3) \ 4 \quad 3 \quad 3 \\ \hline 4 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

$\therefore (\text{최소공배수}) = 2 \times 3 \times 3 \times 4 = 72$
 따라서 $72 \times 2 + 1 = 145$ 이다.

15. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 A 가 있다. A 에 대한 다음 설명 중 빈 칸에 들어갈 수로 알맞은 것을 골라라.

(가) $\leq A <$ (나)

[배점 3, 중하]

- ① (가) : 2^2 (나) : 2^3 ② (가) : 2^3 (나) : 2^4
 ③ (가) : 2^4 (나) : 2^5 ④ (가) : 2^2 (나) : 2^2
 ⑤ (가) : 2^2 (나) : 2^5

해설

(가) 는 네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 작은 수이고, (나) 는 네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 큰 수보다 1 큰 수 혹은 그보다 더 큰 수이다.

네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 수 중 가장 작은 수는, $1000_{(2)}$ 이므로 $1000_{(2)} = 2^3$ 이고, 네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 큰 수는, $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 15$ 이므로, 이보다 1 큰 수는 $15 + 1 = 16 = 2^4$ 이다. 따라서 (가) 는 2^3 이고, (나) 는 2^4 혹은 2^4 보다 더 큰 수이다.

조건을 만족하는 것은 ② 뿐이다.

16. 이진법으로 나타낸 수 $10010_{(2)}$ 을 $\bigcirc \blacksquare \blacksquare \bigcirc \blacksquare$ 로 나타낼 때, $\bigcirc \bigcirc \blacksquare \bigcirc \bigcirc$ 를 십진법으로 나타내면?
[배점 4, 중중]

① 11 ② 15 ③ 21 ④ 25 ⑤ 27

해설

$10010_{(2)}$ 을 $\bigcirc \blacksquare \blacksquare \bigcirc \blacksquare$ 로 나타냈으므로 1은 $\bigcirc$, 0은 $\blacksquare$ 을 나타낸다.

따라서 $\bigcirc \bigcirc \blacksquare \bigcirc \bigcirc$ 은 $11011_{(2)}$ 이므로 십진법으로 나타내면

$$11011_{(2)} = 2^4 + 2^3 + 2 + 1 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27$$

17. 두 집합 A, B 에 대하여
 $A = \{x \mid x \text{는 } 45 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$
일 때, $n(A \cap B)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A \cap B$ 는 45 와 75 의 공약수이다.

$$45 = 3^2 \times 5, 75 = 5^2 \times 3$$

45 와 75 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$

공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$

18. $2^3 \times 5^2 \times 7$, 210, 216 의 공약수가 아닌 것은?
[배점 4, 중중]

① 2×3 ② 7 ③ 14
④ 21 ⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 7, 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7, 252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 7$

공약수는 최대공약수의 약수이므로

주어진 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 7, 2×7 , 3×7 , $2 \times 3 \times 7$ 이다.

19. T, S, L 은 $T \times S \times L = 715$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $T + S + L$ 의 최솟값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 29

해설

$715 = 5 \times 11 \times 13$ 이고, 합의 최솟값을 구하므로,
 T, S, L 는 5, 11, 13 이 된다.

20. $\frac{8}{n}, \frac{24}{n}, \frac{36}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

n 은 8, 24, 36 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로 8, 24, 36 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

21. 세 수 $\frac{5}{15}, \frac{5}{18}, \frac{5}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\frac{(15, 18, 24 \text{의 최소공배수})}{(5, 5, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{360}{5} = 72$$

22. 다음 네 장의 숫자 카드 중에서 2 장을 골라 만들 수 있는 두 자리 소수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

1, 2, 3, 4

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

2 를 제외한 소수는 홀수이므로 먼저 홀수를 만들
어보면 21, 31, 41, 13, 23, 43
 $21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.
 $\therefore$ 13, 23, 31, 41, 43 의 5 개이다.