실력 확인 문제

1. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)
[배점 2, 하중]

① 1 은 소수가 아니다.

② 모든 소수는 홀수이다.

③ 모든 수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.

④ 가장 작은 소수는 3 이다.

⑤ 4 와 9 는 서로소이다.

해설

② 소수는 2, 3, 5, 7, $\cdots$ 이다.
③ 1 의 약수는 1 뿐이다.
④ 가장 작은 소수는 2 이다.

2. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24 의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$

(a, b의 공약수의 개수) = (24의 약수의 개수)
$= (3+1) \times (1+1)$
$= 8$(개)

3. 다음 중에서 60 의 소인수 전체의 집합은?
[배점 2, 하중]

① {2, 3}
② {2, 3, 5}
③ $\{2^3, 3, 5\}$
④ {1, 2, 3, 5}
⑤ {2, 1, 1}

해설

$$\begin{array}{r} 2) \underline{60} \\ 2) \underline{30} \\ 3) \underline{15} \\ 5 \end{array}$$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$
따라서 60 의 소인수의 집합은 {2, 3, 5} 이다.

4. 4로 나누면 2가 남고, 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남는 자연수 중 가장 작은 세 자리의 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 118

해설

구하는 자연수를 x라 하면 $x+2$는 4, 5, 6의 공배수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 $x+2$는 60, 120, 180, $\cdots$ 이다.
따라서 x는 58, 118, 178, $\cdots$ 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 118이다.

5. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 12 , 최소공배수가 216 일 때, 차가 가장 작은 A, B 의 값을 각각 구하여라. (단, $A < B$) [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 24$

▷ 정답 : $B = 108$

해설

$$\begin{array}{r|cc} 12) & A & B \\ & a & b \end{array}$$

두 자연수 A, B 는 최대공약수가 12 , 최소공배수가 216 이므로

$12 \times a \times b = 216$

$a \times b = 18$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a$, $B = 12 \times b$ 이고,

$A < B$ 이므로

$a = 1$, $b = 18$ 또는 $a = 2$, $b = 9$

(i) $a = 1$, $b = 18$ 일 때

$B - A = 12 \times 18 - 12 \times 1 = 204$

(ii) $a = 2$, $b = 9$ 일 때

$B - A = 12 \times 9 - 12 \times 2 = 84$

차가 가장 작은 A, B 의 값을 구해야 하므로

$a = 2$, $b = 9$

$\therefore A = 12 \times 2 = 24$

$B = 12 \times 9 = 108$

6. 다음 수를 작은 수부터 차례로 기호를 나열하여라.

㉠ 5^3	㉡ 39	㉢ 2^5
㉣ $2^2 \times 3^3$	㉤ $3^2 \times 7$	

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

㉡ 39

㉢ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

㉣ $2^2 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$

㉤ $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면 ㉢, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠이다.

7. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9 개

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$

$2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는

$2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.

$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

8. 다음과 같이 이진법으로 나타낸 두 수 ㉠, ㉡이 있다. ㉠ + ㉡의 값을 이진법으로 옳게 나타낸 것을 골라라.

㉠$10011_{(2)}$ ㉡$1110_{(2)}$

[배점 3, 중하]

① $100001_{(2)}$ ② $100010_{(2)}$ ③ $100011_{(2)}$
④ $100100_{(2)}$ ⑤ $100110_{(2)}$

해설

㉠ $= 10011_{(2)} = 1\times2^4+1\times2+1\times1 = 16+2+1 = 19$
㉡ $= 1110_{(2)} = 1\times2^3+1\times2^2+1\times2 = 8+4+2 = 14$
㉠ + ㉡ $= 19+14 = 33 = 32+1 = 1\times2^5+1 = 100001_{(2)}$

9. 세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 두 자리 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 수는 세 수의 공배수보다 1 큰 수이다.

$$\begin{array}{r|lll} 2) & 2 & 4 & 7 \\ \hline & 1 & 2 & 7 \end{array}$$

$\therefore 2\times2\times7 = 28$
2, 4, 7 의 최소공배수가 28 이므로, 2, 4, 7 의 공배수는 28 의 배수와 같다. 이 때, 가장 작은 두 자리 자연수는 28 이므로, 구하고자 하는 수는 $28+1 = 29$ 이다.

10. $2^5 < A < 2^6$ 인 A 를 이진법으로 나타내면 몇 자리 수가 되는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:
▷ 정답: 6자리 수

해설

$2^5 = 1\times2^5 = 100000_{(2)}$
$2^6 = 1\times2^6 = 1000000_{(2)}$
따라서 A 는 이진법으로 나타내면 6 자리 수이다.

11. 다음 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 각각 a, b 라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

$2^5\times3$, $2^3\times3\times5$, $2^4\times3^2\times7$

[배점 3, 중하]

① 400 ② 410 ③ 420
④ 430 ⑤ 440

해설

$2^5\times3$
$2^3\times3\times5$
$2^4\times3^2\times7$

최대공약수 : $2^3\times3 = a$
최소공배수 : $2^5\times3^2\times5\times7 = b$
$\therefore \frac{b}{a} = \frac{2^5\times3^2\times5\times7}{2^3\times3} = 2^2\times3\times5\times7 = 420$

12. 54 와 72 의 공약수 중에서 3 의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는? [배점 4, 중중]

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3 의 배수인 약수는 4 개이다.

4 를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2+1) = 3$

13. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 2번째로 큰 수를 a , 다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 2번째로 작은 수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 십진법으로 나타내면? [배점 4, 중중]

① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

해설

네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 2번째로 큰 수는 $1110_{(2)} = 1\times 2^3 + 1\times 2^2 + 1\times 2 = 14$,

다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 2번째로 작은 수는 $10001_{(2)} = 1\times 2^4 + 1\times 1 = 17$.

$\therefore a+b = 14+17 = 31$

14. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 가장 큰 수와 다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 작은 수의 합을 십진법으로 나타내어라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 가장 큰 수는 $1111_{(2)}$, 다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 두 번째로 작은 수는 $10001_{(2)}$

$\therefore 1111_{(2)} + 10001_{(2)} = 15 + 17 = 32$

15. $2^3 + 1 < X < 2^4$ 인 수 X 를 이진법으로 나타내었을 때, 몇 자리의 수가 되는지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 네 자리의 수

해설

$2^3 + 1 = 9 = 1001_{(2)}$, $2^4 = 10000_{(2)}$ 이므로

$1001_{(2)} < X < 10000_{(2)}$

따라서 X 를 이진법으로 나타내면 네 자리의 수이다.

16. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 4, 중중]

① 네 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두 7 개이다.
② $101010101_{(2)}$ 은 짝수가 아니다.
③ 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 큰 수를 십진법으로 나타내면 14이다.
④ $11010_{(2)}$ 은 4로 나누어 떨어지지 않는다.
⑤ $11101_{(2)}$ 은 소수가 아니다.

해설

① 네 자리의 이진법으로 나타낸 수는
$1000_{(2)}$, $1001_{(2)}$, $1010_{(2)}$, $1011_{(2)}$,
$1100_{(2)}$, $1101_{(2)}$, $1110_{(2)}$, $1111_{(2)}$ 의 8개이다.
② $101010101_{(2)} = 341$은 홀수이다.
③ 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 큰 수는 $1110_{(2)}$ 이므로 십진법으로 나타내면 14이다.
④ $11010_{(2)} = 26$은 4로 나누어 떨어지지 않는다.
⑤ $11101_{(2)} = 29$는 소수이다.

17. 1 부터 80 까지의 자연수 중에서 80 과 공약수가 1 개인 수는 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:
▷ 정답: 32 개

해설

80을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$
80과 공약수가 1 개인 수는 2 의 배수도 아니고 5 의 배수도 아닌 수이므로
80 − (2의 배수의 개수) − (5의 배수의 개수)
+ (10의 배수의 개수) $= 80 - 40 - 16 + 8 = 32$ (개)

18. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x+y$ 의 값으로 알맞은 것은? [배점 5, 중상]

① 70 ② 80 ③ 90
④ 100 ⑤ 110

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$이다.
$(2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2$, $x = 10$, $y = 60$
따라서 $x + y = 70$이다.

19. 다음 중에서 짝수로만 짝지어진 것은? [배점 5, 중상]

① $1_{(2)}$, $100_{(2)}$, $10010_{(2)}$
② $10_{(2)}$, $101_{(2)}$, $1111_{(2)}$
③ $110_{(2)}$, $1100_{(2)}$, $11101_{(2)}$
④ $1001_{(2)}$, $11000_{(2)}$, $111_{(2)}$
⑤ $10100_{(2)}$, $100_{(2)}$, $11010_{(2)}$

해설

(짝수) $= a \times 2$(a는 자연수) 이므로
이진법으로 나타낼 때 일의 자리의 숫자가 0이 된다.

20. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라. [배점 5, 중상]

① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{48}{7}$ ③ $\frac{8}{105}$
④ $\frac{48}{105}$ ⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를$\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} =$ (자연수) $\rightarrow$ $\begin{cases} b\text{는 } 16\text{의 배수} \\ a\text{는 } 21\text{의 약수} \end{cases}$

$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} =$ (자연수) $\rightarrow$ $\begin{cases} b\text{는 } 24\text{의 배수} \\ a\text{는 } 35\text{의 약수} \end{cases}$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{(16,\ 24\text{의 공배수})}{(21,\ 35\text{의 공약수})} \cdots$ ㉠ 이다.

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$\frac{b}{a} = \frac{(16,\ 24\text{의 최소공배수})}{(21,\ 35\text{의 최대공약수})}$

$\therefore\ \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$