

실력 확인 문제

1. 다음 중 공집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 2, 하중]

- ① $\{0\}$
 ② $\emptyset$
 ③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\}$
 ④ $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\}$
 ⑤ $\{\emptyset\}$

해설

- ③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\} = \{2\}$
 ④ 1 과 2 사이에는 자연수가 없으므로
 $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\} = \emptyset$

2. 두 집합 $A = \{\text{월요일, 화요일, 수요일, 목요일, 금요일, 토요일, 일요일}\}$, $B = \{\text{토요일, 일요일}\}$ 에 대하여 $n(A - B)$ 는?
[배점 2, 하중]

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$A - B$
 $= \{\text{월요일, 화요일, 수요일, 목요일, 금요일}\}$

3. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, d, f\}$ 에 대하여 $n(A - B)$ 를 구하여라.
[배점 2, 하중]

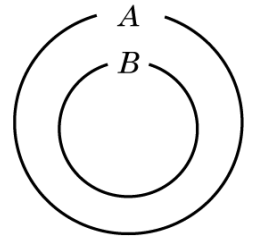
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$A - B = \{a, c, e\}$$

4. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{x|x \text{는 } 28 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 3, 하상]



- ① $\{\emptyset\}$ ② $\{7, 14\}$
 ③ $\{1, 14, 21\}$ ④ $\{7, 14, 21\}$
 ⑤ $\{7, 14, 21, 28\}$

해설

$A = \{7, 14, 21\}$ 이고 $B \subset A$ 이어야 한다.

① $\emptyset \notin A$ 이므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

5. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 25 \text{미만인 } 5 \text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 13 < x < 15 \text{인 홀수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$A = \{5, 10, 15, 20\}, B = \emptyset$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 4 - 0 = 4$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ 일 때, 다음 집합의 원소들의 합을 구하여라.

보기

$$\{x|x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

$\{x|x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\} = B - A$
 $A = \{2, 4, 6, 8\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ 이므로 $B - A = \{1, 3, 5\}$
 $\therefore 1 + 3 + 5 = 9$

7. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 5개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4 개 인 부분집합 X 는
 $\{2, 4, 6, 8\}, \{2, 4, 6, 10\}, \{2, 4, 8, 10\}, \{2, 6, 8, 10\}, \{4, 6, 8, 10\}$ 의 5 개 이다.

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 35, n(A \cup B)^c = 2, n(A^c) = 11, n(B) = 18$ 일 때, $n((A \cap B)^c)$ 은? [배점 3, 중하]

① 9 ② 24 ③ 26 ④ 33 ⑤ 35

해설

$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 2 = 33$
 $n(A) = n(U) - n(A^c) = 35 - 11 = 24$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 24 + 18 - n(A \cap B) = 33$
 $\therefore n(A \cap B) = 42 - 33 = 9$
 $n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B) = 35 - 9 = 26$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 27$, $n(A \cup B) = 48$, $n(A) = 35$ 일 때, $n(A \cap B) + n(B)$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① 8 ② 21 ③ 27 ④ 29 ⑤ 35

해설

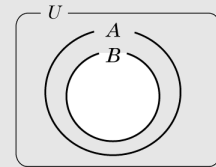
$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ 27 &= 35 - n(A \cap B) \\ \therefore n(A \cap B) &= 8 \\ n(A - B) &= n(A \cup B) - n(B) \\ 27 &= 48 - n(B) \\ \therefore n(B) &= 21 \\ n(A \cap B) + n(B) &= 8 + 21 = 29 \end{aligned}$$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A \cap B = B$ ② $A \supset B$
 ③ $A = B$ ④ $A^c \subset B^c$
 ⑤ $B - A = \emptyset$

해설

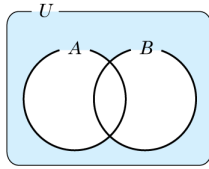
$A \cup B = A$ 이므로 $A \supset B$ 이다.
따라서,



로 나타낼 수 있다.

- ③ $A \neq B$

11. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40$, $n(A) = 20$, $n(B) = 18$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

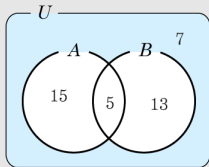
해설

색칠된 부분이 나타내는 집합은 $(A \cup B)^C$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 18 - 5 = 33$$

$$\therefore n((A \cup B)^C) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 33 = 7$$

[별해]



벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면 색칠된 부분의 원소의 개수는 7개이다.

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A , B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 24$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 9$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 9,$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41,$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B),$$

$$41 = 24 + n(B) - 15$$

$$\therefore n(B) = 32$$

13. 두 집합 A , B 가 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, 옳지 않은 것은? (단, $A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$, U 는 전체집합)

[배점 4, 중중]

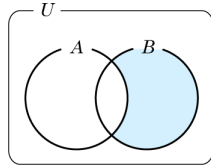
- ① $A \cap B = A$ ② $A \cap B = A \cup B$
 ③ $n(A \cup B) = n(B)$ ④ $n(A) = n(A \cap B)$

⑤ $A \cup B = U$

해설

$$A \cup B \neq U$$

14. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 것이 아닌 것은?

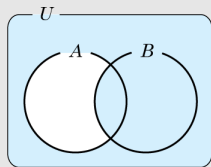


[배점 4, 중중]

- ① $B - A$ ② $A^c \cap B$
 ③ $A^c \cup B$ ④ $B - (A \cap B)$
 ⑤ $(A \cup B) - A$

해설

③ $A^c \cup B$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



15. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n = 5 \text{ 미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $2 + 5 + 8 + 11 = 26$ 이다.

16. 다음 중 옳은 것은 ? [배점 4, 중중]

- ① $\{x \mid x \text{는 짝수}\} \subset \{x \mid x \text{는 홀수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\} \subset \{1, 2, 3\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 배수}\} \subset \{100, 200, 300\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} \supset \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 홀수}\} \subset \{1, 3, 5, 7\}$

해설

④ $\{3, 6, 9, 12, 15, 18 \dots\} \supset \{9, 18, 27, 36 \dots\}$

17. 두 집합 $A = \{3, a, a^2\}$, $B = \{b, c, 9\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 이고, a, b, c 가 서로 다른 자연수일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 93

해설

$A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A = B$
 $9 \in B$ 이므로 $9 \in A$
 $a = 9$ 또는 $a^2 = 9$
 (i) $a = 9$ 일 때, $A = \{3, 9, 81\}$, $B = \{b, c, 9\}$
 $\therefore b = 3, c = 81$ 또는 $b = 81, c = 3$
 (ii) $a^2 = 9$ 일 때, $a = 3$ (a 는 자연수)
 $A = \{3, 3^2\} = \{3, 9\}$, $B = \{b, c, 9\}$
 b 또는 c 가 3 이어야 하므로 a, b, c 가 서로 다른 자연수가 될 수 없다.
 $\therefore a + b + c = 9 + 3 + 81 = 93$

18. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 9\} \subset X \subset A$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

X 는 원소 1 과 9 를 포함하는 집합 A 의 부분집합
이므로 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

19. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 소수}\}$ 일 때, $n((A \cup B) - (A \cap B))$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$$

$$\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 7$$

20. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{11, 13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$, $A \cap B = \{11\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{11, 12, 14, 16\}$

해설

$\{11, 12, 14, 16\}$

