문제 풀이 과제

1. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면? [배점 3, 하상]

① 42 ② 49 ③ 56 ④ 60 ⑤ 63

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 할 때, $G \times L = A \times B$

$420 = 7 \times$ (최소공배수) 이다.

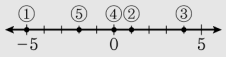
$\therefore$ (최소공배수) $= 60$

2. 다음 수를 수직선에 나타냈을 때, 가장 오른쪽에 있는 수는? [배점 3, 하상]

① -5 ② 1 ③ $+4$ ④ 0 ⑤ -2

해설

수직선에 나타내 보면 다음과 같다. 따라서 가장 오른쪽에 있는 수는 $+4$ 이다.



3. 다음 수를 소인수분해한 것 중에 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 하상]

① $36 = 2^2 \times 3^2$ ② $60 = 3 \times 4 \times 5$

③ $98 = 2 \times 7^2$ ④ $105 = 3 \times 5 \times 7$

⑤ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

해설

② $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

4. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① $(-2)^3 = +8$ ② $-(-1)^2 = -2$

③ $-3^2 = 9$ ④ $-2^3 = -8$

⑤ $-(-3)^3 = -27$

해설

① $(-2)^3 = 8$, ② $-(-1)^2 = -1$,

③ $-3^2 = -9$, ⑤ $-(-3)^3 = 27$

5. 28 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a 의 값은?

[배점 3, 하상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$28 \times a = b^2$ 에서

$28 = 2^2 \times 7$

$a = 7$

$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$

$2^2 \times 7^2 = b^2$

$b = 2 \times 7 = 14$

6. 가로와 세로의 길이가 각각 10 cm, 12 cm 이고, 높이가 6 cm 인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개있다. 이것을 일정한 방향을 향하도록 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 만들어지는 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

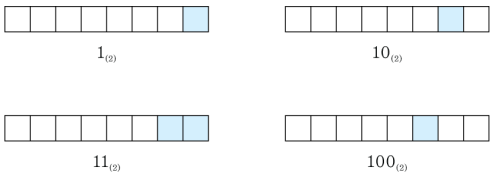
▷ 정답: 60 cm

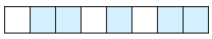
해설

정육면체의 한 변의 길이는 10, 12, 6 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 10, 12, 6 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 60 cm 이다.

$$\begin{array}{r|lll} 2) & 10 & 12 & 6 \\ \hline 3) & 5 & 6 & 3 \\ \hline & 5 & 2 & 1 \end{array}$$

7. 다음은 이진법을 그림으로 나타낸 것이다. 물음에 답하시오.



 은 십진법으로 어떤 수를 나타내는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 107

해설

$1101011_{(2)} = 107$

8. 사과 24 개와 배 36 개를 될 수 있는대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가? [배점 3, 중하]

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명

④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

$$\begin{array}{r|ll} 2) & 36 & 24 \\ \hline 2) & 18 & 12 \\ \hline 3) & 9 & 6 \\ \hline & 3 & 2 \end{array}$$

$2 \times 2 \times 3 = 12$

9. 정수에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.

㉠ 정수는 양의 정수와 음의 정수로 나뉜다.

㉡ 1, 2, 3, 4, ···는 양의 정수이다.

㉢ 음의 정수가 아닌 정수는 0과 양의 정수이다.

㉣ 자연수 5는 양의 정수이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

정수는 양의 정수와 음의 정수, 0으로 나뉜다.

10. 다음 중 옳은 것을 골라라.

㉠ 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.

㉡ 모든 정수의 절댓값은 항상 양수이다.

㉢ 음의 정수는 그 절댓값이 큰 수가 크다.

㉣ +5의 절댓값은 −7의 절댓값보다 크다.

㉤ 절댓값이 2인 수는 +2뿐이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.
㉡ 정수의 절댓값은 양수 또는 0이다.
㉢ 음의 정수는 그 절댓값이 큰 수가 작다.
㉣ +5의 절댓값은 5이고, −7의 절댓값은 7이므로 −7의 절댓값이 크다.
㉤ 절댓값이 2인 수는 +2, −2이다.

11. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때

$36 = (5+1) \times (2+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = 2^4 = 16$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때

$36 = (a+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (1+1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

12. 20 의 약수의 개수와 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$20 = 2^2 \times 5$ 의 약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이다.

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는

$(2+1) \times (a+1) = 6$ (개)가 되어야 한다.

$\therefore\ a = 1$

13. 108 과 약수의 개수가 같은 수는? [배점 4, 중중]

① 48 ② 70 ③ 121

④ 72 ⑤ 171

해설

108 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

① $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $5 \times 2 = 10$ (개)

② $70 = 2 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

③ $121 = 11^2$ 이므로 3 (개)

④ $72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

⑤ $171 = 3^2 \times 19$ 이므로 $3 \times 2 = 6$ (개)

14. 두 집합 A, B 에 대하여

$A = \{x \mid x$는 45의 약수$\}$,$B = \{x \mid x$는 75의 약수$\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A \cap B$ 는 45 와 75 의 공약수이다.

$45 = 3^2 \times 5$, $75 = 5^2 \times 3$

45 와 75 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$

공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개)

15. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $2^4 = 8$

㉡ $5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢ $3^2 = 2^3$

㉣ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \dfrac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉤ $\dfrac{1}{5^2 \times 5^4} = \dfrac{1}{5^8}$

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉤ $\dfrac{1}{5^2 \times 5^4} = \dfrac{1}{5^6}$

16. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은? [배점 5, 중상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

17. $2^8 - 1$ 을 이진법으로 나타내면 몇 자리의 수가 되는가? [배점 5, 중상]

① 네 자리의 수 ② 다섯 자리의 수

③ 여섯 자리의 수 ④ 일곱 자리의 수

⑤ 여덟 자리의 수

해설

$2^8 - 1 = 256 - 1 = 255$ 이고

$255 = 11111111_{(2)}$ 이므로 여덟 자리의 수가 된다.

18. $2^4 \times 3^7 \times 5^5 \times 7^2 \times 10^2$ 을 계산하여 십진법으로 나타낼 때, 마지막 자릿수부터 연속하여 나타나는 0 의 개수는? [배점 5, 중상]

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

10 의 거듭제곱이 몇 번 곱해졌는지를 구하면 된다.
$2^4 \times 3^7 \times 5^5 \times 7^2 \times 10^2 = 3^7 \times 7^2 \times 5 \times 10^6$ 이므로 마지막 자릿수부터 연속하여 나타나는 0 의 개수는 6 개이다.

19. 두 정수 a, b 에 관하여 $a \times b > 0$ 이라고 한다. 항상 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $(-1) \times a < 0$ ② $b < 0$
③ $a + b > 0$ ④ $a < 0$ 이면 $b < 0$
⑤ $a - b > 0$

해설

두 정수를 곱했을 때, 양수가 나오는 경우는 두 수가 모두 양의 정수이거나 혹은 음의 정수 일 때이다.
④ a 가 음수이면 b 도 음수여야 한다.

20. 학생들에게 검정 펜 50 자루, 빨강 펜 24 자루, 파랑 펜 100 자루를 똑같이 나누어줄 때, 검정 펜과 빨강 펜은 각각 6 개, 4 개가 부족하고, 파랑 펜은 2 개가 남는다. 이때, 최대 학생 수는 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 14 명

해설

검정 펜 50 자루를 나누면 6 개가 부족하다. : (50+6) 개를 나누면 나누어 떨어진다.
빨강 펜 24 자루를 나누면 4 개가 부족하다. : (24+4) 개를 나누면 나누어 떨어진다.
파랑 펜 100 자루를 나누면 2 개가 남는다. : (100−2) 개를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수 중 가장 큰 수는 56, 28, 98 의 최대공약수인 14 이다.
따라서 최대 학생 수는 14 명이다.