

약점 보강 1

1. 두 자연수의 최대공약수가 5, 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은? [배점 2, 하중]

- ① 200 ② 250 ③ 300
④ 350 ⑤ 400

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로
(두 수의 곱) = 5×60
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

2. 이진법의 수로 나타내었을 때, 세 자리의 수가 되는 십진법의 수는 모두 몇 개인가? [배점 3, 하상]

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개
④ 7개 ⑤ 8개

해설

가장 작은 수: $100_{(2)} = 4$
가장 큰 수: $111_{(2)} = 7$
∴ 4, 5, 6, 7 의 4개

3. 다음 두 수의 밑줄 친 자리의 숫자가 실제로 나타내는 값을 각각 ㉠, ㉡ 이라 할 때, ㉠은 ㉡의 몇 배인가?

보기

- ㉠ $10111_{(2)}$ ㉡ $10010_{(2)}$

[배점 3, 중하]

- ① 4 배 ② 6 배 ③ 8 배
④ $\frac{1}{4}$ 배 ⑤ $\frac{1}{8}$ 배

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠} &= 1 \times 2^4 = 16 \\ \text{㉡} &= 1 \times 2 = 2 \\ \therefore \text{㉠} \div \text{㉡} &= 8 \end{aligned}$$

4. $3^a = 243$, $7^b = 343$ 를 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$$3^5 = 243, 7^3 = 343 \text{ 므로 } a \times b = 15 \text{ 이다.}$$

5. 톱니의 수가 12개, 20개, 24개인 톱니바퀴 A, B, C가 차례로 맞물려 있다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 다시 처음의 위치로 돌아오려면 A는 최소한 몇 번 회전하는지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10번

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $20 = 2^2 \times 5$, $24 = 2^3 \times 3$ 이므로 세 수의 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 = 120$ 이다.
A의 회전수는 $\frac{120}{12} = 10$ (번)이다.
∴ 10번

6. 두 분수 $\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

▶ 정답 : 23

해설

$\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115와 92의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115와 92의 최대공약수인 23의 약수 1, 23이다.

7. 48에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2개)? [배점 4, 중중]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해서 곱해야 하는 $x = 3 \times k^2$ 이다.

$$\text{따라서 } x = 3 \times 1^2 = 3,$$

$$x = 3 \times 2^2 = 12$$

8. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280일 때, $a+b+c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2의 지수가 4이므로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2의 지수가 3이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5의 지수가 2이므로

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5의 지수가 1이어야 한다.

또한,

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7의 지수가 5이므로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7의 지수가 1이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$ 이다.

9. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 87 ② 99 ③ 175
④ 183 ⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11의 배수이고, 두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.
 $\therefore 88 + 99 = 187$

10. 38 을 나누면 2 가 남고 45 를 나누면 3 이 부족한 수의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 9 ② 12 ③ 12 ④ 18 ⑤ 22

해설

36 과 48 의 최대공약수는 12
12 의 약수 중 나머지 3 보다 큰 수들의 합을 구하면 $4 + 6 + 12 = 22$ 이다.

11. $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10$ 을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

$$\begin{aligned} 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5 \\ = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \\ a = 2 + 3 + 5 + 7 = 17 \\ b = 8 + 4 + 2 + 1 = 15 \\ \therefore a + b = 17 + 15 = 32 \end{aligned}$$

12. $2^{17} \times 7 \times 5^{12} \times 3$ 을 십진법으로 나타내면 a 자리 수, 이진법으로 나타내면 b 자리 수라고 할 때, $b - a$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 2^{17} \times 7 \times 5^{12} \times 3 &= 2^5 \times 3 \times 7 \times 2^{12} \times 5^{12} \\ &= 32 \times 21 \times (2 \times 5)^{12} \\ &= 672 \times (2 \times 5)^{12} \\ a &= 3 + 12 = 15 \\ b &= 17 \\ \therefore b - a &= 2 \end{aligned}$$

13. 야구장 관람권 36장과 축구장 관람권 45장, 농구장 관람권 54장을 가능한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 한 명이 받게 되는 관람권은 몇 장인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 장

해설

36, 45, 54 의 최대공약수 : 9
 $\therefore (36 + 45 + 54) \div 9 = 15(\text{장})$

14. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 쉼니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개
 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 14, 15 로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

15. 63 를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

[배점 5, 상하]

① 7×9

② 2^6

③ $3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

16. 합이 32 이고 최소공배수가 60 인 두 자연수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 20

해설

두 자연수를 a, b 라 두면,

$a + b = 32$ 이고 a, b 는 60 의 약수이다.

60 의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 이므로

더해서 32 가 되는 두 수는 (2, 30), (12, 20) 이다.

하지만 2, 30 의 최소공배수는 30 이므로

두 자연수는 12, 20 이다.

17. 전체집합 U

$= \{(n, n+1, n+2) | n \text{은 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 A

$= \{(n, n+1, n+2) | n + (n+1) + n+2 = 18k\}$
 $, \{k \text{는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A^c)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 84

해설

$$n + (n+1) + n+2 = 18k$$

$\rightarrow 3n+3 = 18k \rightarrow n = 6k-1 \rightarrow n$ 은 6 으로 나누어서 나머지가 5 인 수이다.

100 이하의 수 중 6 으로 나누어서 나머지가 5 인 수는 모두 16 개이므로,

$n(A) = 12, n(U) = 100$ 이다.

$$\therefore n(A^c) = 100 - 16 = 84$$

18. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라. [배점 6, 상중]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$$

(1) $12 = 12 \times 1 = (11+1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$$

그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $12 = 6 \times 2 = (5+1) \times (1+1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^5 \times (2 \text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2 \text{가 아닌 소수}))$$

$$\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$$

(3) $12 = 4 \times 3 = (3+1) \times (2+1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^3 \times (2 \text{가 아닌 소수})^2$$

$$\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.

19. 자연수 n 의 약수의 집합을 $A_{(n)}$ 이라고 하자. 즉, 30 의 약수의 집합은 $A_{(30)}$, 75 의 약수의 집합은 $A_{(75)}$ 이다. $A_{(30)} \cap A_{(75)} = A_{(x)}$ 라 할 때, x 의 값은?

[배점 6, 상중]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

30 의 약수의 집합과 75 의 약수의 집합의 교집합은 30 과 75 의 최대공약수의 약수의 집합과 같다. 따라서 구하고자 하는 x 는 30 과 75 의 최대공약수와 같다.

$$30 = 2 \times 3 \times 5, 75 = 3 \times 5^2 \text{ 이므로}$$

30 과 75 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

$$\therefore x = 15$$

20. 양팔저울과 몇 개의 추로 364g 까지의 자연수 무게를 측정하려고 한다. 필요한 최소의 추의 개수는 몇 개인지 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답: 6개

해설

양팔저울은 오른쪽 저울에 올리는 경우, 왼쪽 저울에 올리는 경우, 올리지 않는 경우로 총 세 가지 경우가 가능하므로, 양팔저울을 이용한 무게 측정은 3 진법으로 나타낼 수 있다.

3 진법의 추는 1g, 3g, 9g, 27g, 81g, 243g, 729g, 등이고, $1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 = 364$ 이므로, 필요한 최소의 추는 6 개이다.