

약점 보강 2

1. 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 정의역이 $\{-2, -1, 1, 2\}$ 일 때, 이 함수의 치역의 모든 원소의 합을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$f(-2) = -\frac{2}{2} = -1, f(-1) = \frac{2}{-1} = -2, f(1) = \frac{2}{1} = 2, f(2) = \frac{2}{2} = 1$
따라서 치역은 $\{-2, -1, 1, 2\}$ 이다.
 $\therefore$ 치역의 합은 $(-2) + (-1) + 1 + 2 = 0$ 이다.

2. 정의역이 $\{x \mid -5 \leq x \leq 0\}$ 인 함수 $y = 5x$ 의 치역은?
[배점 3, 하상]

- ① $\{y \mid 0 \leq y \leq 5\}$ ② $\{y \mid -5 \leq y \leq 0\}$
③ $\{y \mid -10 \leq y \leq 5\}$ ④ $\{y \mid -15 \leq y < 0\}$
⑤ $\{y \mid -25 \leq y \leq 0\}$

해설

$f(-5) = -25, f(0) = 0$ 이므로 치역은 $\{y \mid -25 \leq y \leq 0\}$ 이다.

3. 정의역이 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 일 때, 함수 $y = x - 5$ 의 치역에 속하는 원소가 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

- ㉠ -8 ㉡ -6 ㉢ -5
㉣ -4 ㉤ -2

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

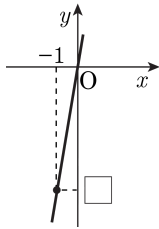
▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉤

해설

$f(-2) = -2 - 5 = -7, f(-1) = -1 - 5 = -6,$
 $f(0) = 0 - 5 = -5, f(1) = 1 - 5 = -4,$
 $f(2) = 2 - 5 = -3$
 $\therefore \{-7, -6, -5, -4, -3\}$
따라서 보기의 원소 중 치역에 속하는 원소가 아닌 것은 -8, -2 이다.

4. 다음 그림은 $y = 6x$ 의 그래프이다. 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -6

해설

점 $(-1, \square)$ 가 함수 $y = 6x$ 의 그래프 위에 있는 경우, $y = 6x$ 에 x 대신 -1 , y 대신 $\square$ 을 대입하면 등식이 성립한다.

$$\therefore \square = 6 \times (-1)$$

따라서 $\square = -6$ 이다.

5. 함수 $f(x) = 5x - 2$ 에서 이 함수의 치역이 $\{-12, -7, 3, 8\}$ 일 때, 정의역은? [배점 3, 하상]

- ① $\{-4, -2, 2, 4\}$ ② $\{-4, -2, 0, 2\}$
 ③ $\{-2, -1, 0, 1\}$ ④ $\{-2, -1, 1, 2\}$
 ⑤ $\{-2, 0, 2, 4\}$

해설

$$5x - 2 = -12$$

$$\therefore x = -2$$

$$5x - 2 = -7$$

$$\therefore x = -1$$

$$5x - 2 = 3$$

$$\therefore x = 1$$

$$5x - 2 = 8$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore (\text{정의역}) = \{-2, -1, 1, 2\}$$

6. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① x 좌표가 양수이면 제 2사분면 또는 제 3사분면에 속한다.
 ② 점 $(5, 0)$ 은 제 1사분면 위의 점이다.
 ③ 점 $(3, -1)$ 은 제 3사분면 위의 점이다.
 ④ y 좌표가 음수이면 제 1사분면 또는 제 2사분면에 속한다.
 ⑤ x 축 위의 점은 y 좌표가 0이다.

해설

⑤ x 축 위의 점은 $(a, 0)$ 이므로 y 의 좌표가 0이다.

7. 함수 $y = \frac{2}{3}x$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 정비례 관계이다.
② 그래프로 나타내면 원점을 지나는 직선이 된다.
③ 제 2 사분면과 제 4 사분면을 지난다.
④ 점 (3, 2) 를 지난다.
⑤ 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

해설

③ 제 1, 3 사분면을 지난다.

8. y 가 x 에 반비례하는 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(-3, -4)$ 를 지날 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -3 ② 3 ③ -4
④ 12 ⑤ -12

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{a}{x} \text{ 에서} \\ f(-3) &= \frac{a}{-3} = -4 \\ \therefore a &= 12 \end{aligned}$$

9. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 $x = 2$ 일 때, $y = -8$ 이다. 이 그래프 위를 지나지 않는 점을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① (2, -8) ② (0, 0) ③ $(\frac{1}{4}, -1)$
④ $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ ⑤ (-5, 20)

해설

$y = ax$ 의 그래프가 $x = 2$ 일 때, $y = -8$ 이므로 대입하면

$$-8 = 2a, a = -4 \text{ 이다.}$$

따라서 $y = -4x$ 이다.

이 그래프 위를 지나지 않는 점은 ④이다.

④ $(-\frac{1}{2}, 2)$ 을 지난다.

10. 집합 $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 2 \text{인 정수}\}$, $Y = \{y \mid 1 \leq y \leq 5\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수가 될 수 있는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $y = x + 5$ ② $y = 3x$
③ $y = x^2 + 2$ ④ $y = |-x| + 2$
⑤ $y = 2x - 2$

해설

$$\textcircled{4} \quad x = 0 \text{ 일 때, } y = |-0| + 2 = 2$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } y = |-1| + 2 = 3$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } y = |-2| + 2 = 4$$

치역은 $\{2, 3, 4\}$ 이다.

11. 두 점 $P(a, 5)$, $Q(7, b)$ 가 각각 함수 $y = \frac{5}{2}x$, $y = -\frac{3}{7}x$ 의 그래프 위의 점일 때, 두 점 P, Q 와 원점 O 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{41}{2}$

해설

$$y = \frac{5}{2}x \text{에 } (a, 5) \text{ 대입 : } 5 = \frac{5}{2}a \therefore a = 2$$

$$y = -\frac{3}{7}x \text{에 } (7, b) \text{ 대입 : } b = -\frac{3}{7} \times 7 \therefore b = -3$$

$P(2, 5)$, $Q(7, -3)$, $O(0, 0)$

$$\triangle PQO \text{의 넓이는 } (7 \times 8) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 5\right) - \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 7\right) - \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 8\right) = \frac{41}{2}$$

12. 함수 $y = -3x$ 의 그래프 위의 점 $P(-1, a)$ 에서 y 축에 내린 수선의 발이 Q 이다. 이때, $\triangle PQO$ 의 넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

▶ 정답 : 1.5

▶ 정답 : $1\frac{1}{2}$

해설

$$y = -3x \text{에 } (-1, a) \text{ 대입 : } a = -3 \times (-1) \therefore a = 3$$

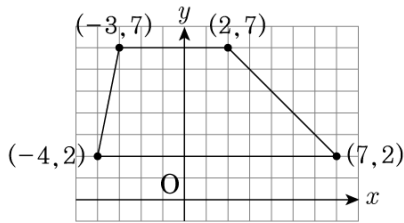
$P(-1, 3)$ 에서 y 축에 내린 수선의 발 Q 의 좌표는 $Q(0, 3)$

$\triangle PQO$ 에서 꼭짓점의 좌표는

$P(-1, 3)$, $Q(0, 3)$, $O(0, 0)$

$$\triangle PQO \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2}$$

13. 다음 좌표평면에 나타나는 도형의 넓이를 구하면?



[배점 4, 중중]

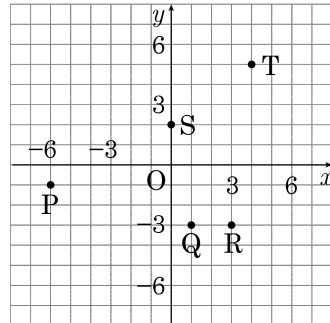
- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

해설

$$S = (5 + 11) \times 5 \times \frac{1}{2} = 40 \text{ 이다.}$$

14. 다음 좌표평면 위의 점의 좌표가 틀린 것은?

[배점 4, 중중]



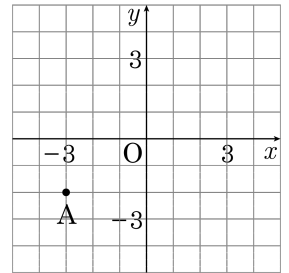
- ① P(-6, -1)
② Q(1, -3)
③ R(3, -3)
④ S(2, 0)
⑤ T(4, 5)

해설

점 S는 y축 위의 점이다.
∴ S(0, 2)

15. 다음 좌표평면에서 점 A의 좌표는?

[배점 4, 중중]



- ① (3, -2)
② (2, -3)
③ (-3, 2)
④ (-3, -2)
⑤ (-2, -3)

해설

점 A의 좌표 : A(-3, -2)

16. 성능이 같은 기계 12대로 15일 걸리는 일을 9일에 끝마치려면 몇 대의 기계가 필요한가?

[배점 4, 중중]

- ① 18대 ② 20대 ③ 24대
④ 28대 ⑤ 32대

해설

기계의 대수를 x , 걸리는 일 수를 y 라 하면
 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)에서 $15 = \frac{a}{12}$
 $\therefore a = 180$
 $y = \frac{180}{x}$ 에 $y = 9$ 를 대입하면 $9 = \frac{180}{x}$
 $\therefore x = 20$

17. 하루에 4 시간씩 일하면 16 일 걸리는 일을 8 일 만에 마치려면 하루에 몇 시간씩 일해야 하는가?

[배점 4, 중중]

- ① 2 시간 ② 3 시간 ③ 4 시간
④ 6 시간 ⑤ 8 시간

해설

하루에 x 시간씩 일하면 y 일 걸린다고 하면 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 에서 $16 = \frac{a}{4}$
 $\therefore a = 64$
 따라서 관계식은 $y = \frac{64}{x}$, $8 = \frac{64}{x}$
 $\therefore x = 8$

18. $xy < 0$, $x > y$ 일 때, 다음 중 제3사분면 위에 있는 점은?

[배점 4, 중중]

- ① $(-x, x - y)$ ② (y, x)
③ $(y - x, 0)$ ④ $(x, -y)$
⑤ $(-x, xy)$

해설

$xy < 0$, $x > y$ 이므로 $x > 0$, $y < 0$ 이다.
 ① $-x < 0$, $x - y > 0$ 이므로 제 2사분면
 ② $y < 0$, $x > 0$ 이므로 제 2사분면
 ③ y 좌표가 0이므로 x 축 위의 점
 ④ $x > 0$, $-y > 0$ 이므로 제 1사분면
 ⑤ $-x < 0$, $xy < 0$ 이므로 제 3사분면

19. 정의역이 $X = \{x \mid 1 \leq x \leq 4 \text{인 자연수}\}$ 이고 공역이 $Y = \{y \mid -3 \leq y \leq 8 \text{인 정수}\}$ 일 때, 다음 중 y 가 x 의 함수인 것은? [배점 5, 중상]

- ① $y = (x \text{와 } 3 \text{의 곱보다 } 2 \text{만큼 작은 수})$
 ② $y = (x \text{보다 } 5 \text{만큼 큰 수})$
 ③ $y = (x \text{의 절댓값에 } 2 \text{를 곱한 수})$
 ④ $y = (\text{절댓값이 } x \text{보다 큰 자연수})$
 ⑤ $y = (\text{절댓값이 } x \text{보다 작은 정수})$

해설

$X = \{1, 2, 3, 4\}$
 $Y = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 ③ $y = 2|x|$
 치역 = $\{2, 4, 6, 8\}$
 치역이 공역에 포함된다.
 ① $y = 3x - 2$
 치역 = $\{1, 4, 7, 10\}$
 치역이 공역에 포함되지 않는다.
 ② $y = x + 5$
 치역 = $\{6, 7, 8, 9\}$
 치역이 공역에 포함되지 않는다.
 ④ $y = (\text{절댓값이 } x \text{보다 큰 자연수})$
 절댓값이 1 보다 큰 자연수 $\Rightarrow 2, 3, 4, 5, \dots$ 무수히 많다.
 절댓값이 2 보다 큰 자연수 $\Rightarrow 3, 4, 5, 6, \dots$ 무수히 많다.
 정의역 한 개에 대응하는 값이 한 개가 아니다. $\therefore$ 함수가 아니다.
 ⑤ $y = (\text{절댓값이 } x \text{보다 작은 정수의 개수})$
 절댓값이 1 보다 작은 정수 $\Rightarrow 0$
 절댓값이 2 보다 작은 정수 $\Rightarrow -1, 0, 1$
 절댓값이 3 보다 작은 정수 $\Rightarrow -2, -1, 0, 1, 2$
 정의역 한 개에 대응하는 값이 한 개가 아니다. $\therefore$ 함수가 아니다.

20. 두 함수 $f(x) = -\frac{32}{x} + x - 6$, $g(x) = -5x + 19$ 에 대하여 $f(16) = a$ 일 때, $g(x) = \frac{a}{2}$ 를 만족하는 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} f(16) &= -\frac{32}{16} + 16 - 6 = 8 = a \\ \therefore g(x) &= -5x + 19 = \frac{8}{2} = 4 \\ -5x &= -15 \\ \therefore x &= 3 \end{aligned}$$

21. 점 $A(a, 6 - 2a)$ 가 x 축 위의 점이고, 점 $B(\frac{1}{4}b - 4, b)$ 가 y 축 위의 점일 때, 삼각형 AOB 의 넓이는? (단, 점 O 는 원점이다.) [배점 5, 중상]

① 18 ② 20 ③ 24 ④ 36 ⑤ 48

해설

$$\begin{aligned} A(a, 6 - 2a) \text{가 } x \text{ 축 위의 점이므로} \\ 6 - 2a &= 0, a = 3 \\ \therefore A(3, 0) \\ B(\frac{1}{4}b - 4, b) \text{이 } y \text{ 축 위의 점이므로} \\ \frac{1}{4}b - 4 &= 0, b = 16 \\ \therefore B(0, 16) \\ \therefore \triangle AOB &= 3 \times 16 \times \frac{1}{2} = 24 \end{aligned}$$

22. 함수 $f(x) = 3x - 1$ 에서 $f(a) = 2$, $f(b) = 2b$ 일 때, $a + b$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} f(a) &= 3a - 1 = 2 \quad \therefore a = 1 \\ f(b) &= 3b - 1 = 2b \quad \therefore b = 1 \\ \therefore a + b &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$