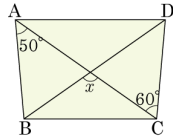


단원테스트 1차

1. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

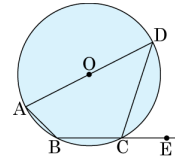
▶ 정답: 110°

해설

$$\angle BAC = \angle BDC = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$$

2. 다음 그림의 원에서 호 ADC의 길이는 원주의 $\frac{3}{4}$, 호 BCD의 길이는 원주의 $\frac{3}{8}$ 일 때, $\angle ADC + \angle DCE$ 는?



[배점 3, 중하]

① $\frac{215}{2}$

② $\frac{225}{2}$

③ $\frac{235}{2}$

④ $\frac{245}{2}$

⑤ $\frac{255}{2}$

해설

$$\widehat{ADC} = (\text{원주}) \times \frac{3}{4} \text{ 이므로}$$

$$\angle ABC = 180^\circ \times \frac{3}{4} = 135^\circ \times \frac{3}{4} = 135^\circ$$

$$\widehat{BCD} = (\text{원주}) \times \frac{3}{8}$$

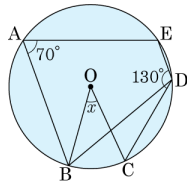
$$\angle BAD = 180^\circ \times \frac{3}{8} = \frac{135}{2}^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\angle DCE = \angle DAB = \frac{135}{2}^\circ$$

$$\therefore \angle ADC + \angle DCE = \frac{225}{2}^\circ$$

3. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



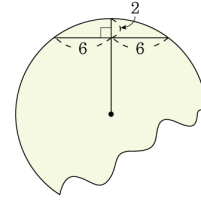
[배점 3, 중하]

- ① 20° ② 40° ③ 60°
 ④ 80° ⑤ 100°

해설

사각형의 대각의 합이 180° 이므로
 $\angle BDE = 110^\circ$
 $\angle BDC = 130^\circ - 110^\circ = 20^\circ$
 $\therefore \angle x = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$

4. 다음 그림과 같이 원모양의 토기 파편이 있을 때, 이 토기의 지름의 길이를 구하여라.

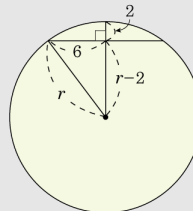


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설



그림에서

$$r^2 = 6^2 + (r - 2)^2$$

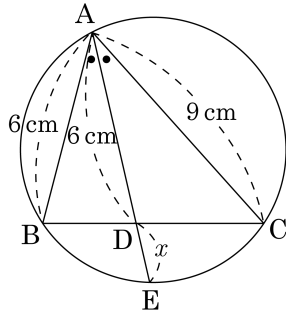
$$r^2 = 36 + r^2 - 4r + 4$$

$$4r = 40$$

$$r = 10$$

따라서 토기의 지름은 $2 \times 10 = 20$ 이다.

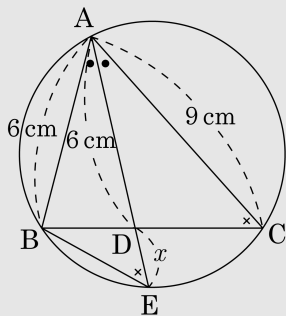
5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선 $\overline{AD}$ 의 연장선이 원과 만나는 점을 E 라 할 때, x 의 값은?



[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설



$\triangle ABE \sim \triangle ADC (\because \angle A \text{ 같음})$

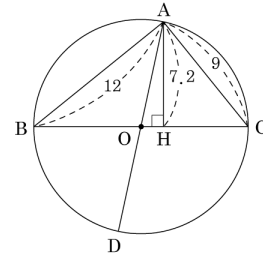
$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AE}$$

$$6 \times 9 = 6 \times (6 + x)$$

$$\therefore x = 3$$

6. 다음 그림에서 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고 $\overline{AD}$ 는 지름이다. $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 9$, $\overline{AH} = 7.2$ 일 때, 이 원의 지름을 구하여라.



[배점 3, 중하]

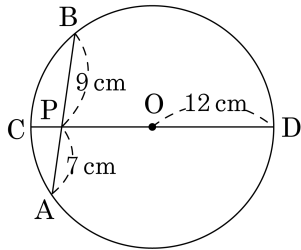
▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$$12 \times 9 = 7.2 \times \overline{BC}, \overline{BC} = 15$$

7. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 cm 인 원 O 에서 $\overline{PA} = 7 \text{ cm}$, $\overline{PB} = 9 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{OP}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

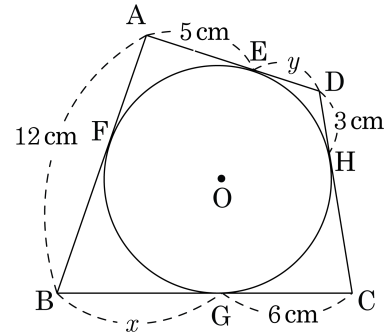
▶ 답 :

▶ 정답 : 9 cm

해설

$\overline{OP} = x$ 라면 $\overline{CP} = 12 - x$,
 $\overline{PD} = 12 + x$ 이고
 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로
 $9 \times 7 = (12 - x)(12 + x)$
 $63 = 144 - x^2$, $x^2 = 81$
 $\therefore x = 9(\text{cm})$

8. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 가 원 O에 외접할 때, $x + y$ 의 값은?



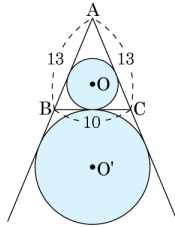
[배점 5, 중상]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$
 $\overline{DH} = \overline{DE} = 3(\text{cm})$
 $\overline{BF} = \overline{BG} = 7(\text{cm})$
따라서 $x = 7(\text{cm})$, $y = 3(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같이 두 개의 원과 직선이 서로 접하고 있을 때, 원 O와 원 O'의 반지름의 길이를 각각 구하여라.



[배점 5, 중상]

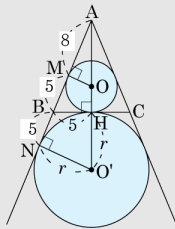
▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 원 O의 반지름의 길이: $\frac{10}{3}$

▶ 정답 : 원 O'의 반지름의 길이: $\frac{15}{2}$

해설



$$\triangle ABH \text{ 에서 } \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$\triangle ANO'$ 에서

$$\overline{AO'}^2 = \overline{AN}^2 + \overline{NO'}^2$$

$$(12 + r)^2 = 18^2 + r^2$$

$$24r + 144 = 324$$

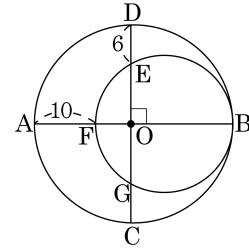
$$\therefore r = \frac{15}{2}$$

$$\overline{AM} : \overline{AN} = \overline{MO} : \overline{NO'}$$

$$8 : 18 = \overline{MO} : \frac{15}{2}$$

$$\therefore \overline{MO} = \frac{10}{3}$$

10. 다음 그림과 같이 두 원이 점 B에서 내접하고 있다. 점 O는 큰 원의 중심이고 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{DE} = 6$, $\overline{AF} = 10$ 일 때, 큰 원과 작은 원의 반지름의 길이의 합을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 31

해설

큰 원의 반지름의 길이를 R 라 하면

$$\overline{OE} = \overline{OG} = R - 6, \overline{OF} = R - 10 (R > 10)$$

$$\overline{OE} \times \overline{OG} = \overline{OF} \times \overline{OB}$$

$$(R - 6)^2 = (R - 10) \times R$$

$$R^2 - 12R + 36 = R^2 - 10R$$

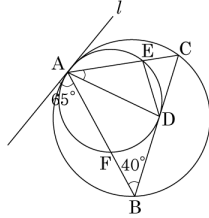
$$2R = 36 \quad \therefore R = 18$$

작은 원의 반지름을 r 라 하면

$$r = \frac{1}{2} \overline{BF} = \frac{1}{2} (\overline{AB} - \overline{AF}) = \frac{1}{2} (36 - 10) = 13$$

$$\therefore R + r = 18 + 13 = 31$$

11. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 에서 두 원과 접하고 큰 원의 현 BC 는 점 D 에서 작은 원에 접할 때, $\angle DAC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

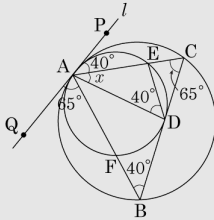
▶ 답 :

▶ 정답 : 37.5°

해설

직선 l 위의 두 점을 P, Q 라 하고, $\angle DAC = \angle x$ 라 하면

$\angle ABC = \angle PAC = \angle ADE = 40^\circ$, $\angle ACB = \angle QAB = 65^\circ$



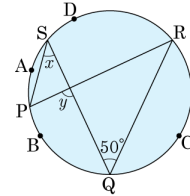
$\triangle ADE$ 에서 $\angle DEC = \angle x + 40^\circ$

$\overline{BC}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\angle EDC = \angle EAD = \angle x$ 이다.

$\triangle EDC$ 에서 $\angle x + 40^\circ + \angle x + 65^\circ = 180^\circ$ 이다.

$\therefore \angle x = 37.5^\circ$

12. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 는 원주 위의 연속적인 임의의 점이고 네 점 P, Q, R, S 는 각각 $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$, $\widehat{DA}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.



[배점 5, 중상]

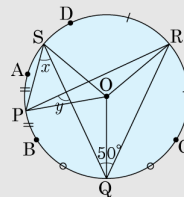
▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\angle x = 40^\circ$

▶ 정답 : $\angle y = 90^\circ$

해설



$$\widehat{PB} + \widehat{BQ} + \widehat{RD} + \widehat{DS} = \frac{1}{2} \times (\text{원둘레의 길이})$$

$$\therefore \angle POQ + \angle SOR = 180^\circ$$

$$2\angle PSQ + 2\angle SQR = 180^\circ$$

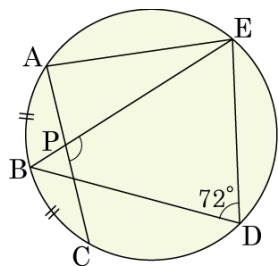
$$\angle x + 50^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore x = 40^\circ$$

$$\angle PRQ = \angle PSQ = \angle x = 40^\circ$$

$$\angle y = \angle SQR + \angle PRQ = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$$

13. 다음 그림에서 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이고 $\angle BDE = 72^\circ$ 이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle CPE$ 의 크기를 구 하여라.

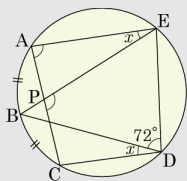


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 108°

해설



$\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이므로

$$\angle AEB = \angle BDC = x$$

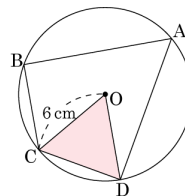
□ACDE 에서

$$\angle CAE = 180^\circ - \angle CDE$$

$$= 180^\circ - (72^\circ + x) = 108^\circ - x$$

$$\angle CPE = \angle CAE + x = 108^\circ$$

14. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle B = \angle D$, $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$ 이고 원 O 의 반지름의 길이가 6 cm 일 때, $\triangle OCD$ 의 넓이를 구하여라.

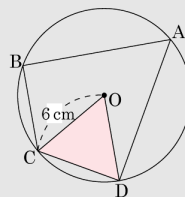


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$

해설



$\angle A = 2x$, $\angle B = 3x$, $\angle C = 4x$ 라 두면

$$\angle D = 3x$$

$$\therefore 2x + 3x + 4x + 3x = 360^\circ$$

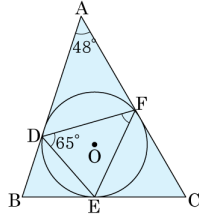
$$12x = 360^\circ, \quad x = 30^\circ$$

$\angle B = \angle D = 90^\circ$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 원의 중심 O 를 지난다.

$$\angle COD = 2\angle CAD = 2 \times \frac{1}{2} \times \angle A = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} (\triangle OCD \text{ 의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60^\circ \\ &= 9\sqrt{3} (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원은 $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle BAC = 48^\circ$, $\angle FDE = 65^\circ$ 일 때, $\angle DFE$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 49°

해설

$$\angle FEC = \angle FDE = 65^\circ$$

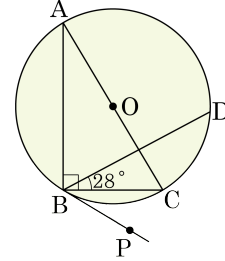
$$\overline{CF} = \overline{CE} \text{ 이므로 } \angle CFE = 65^\circ$$

$$\overline{AD} = \overline{AF} \text{ 이므로}$$

$$\angle AFD = \frac{1}{2}(180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

$$\therefore \angle DFE = 180^\circ - (65^\circ + 66^\circ) = 49^\circ$$

16. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O의 지름이고 $\overrightarrow{BP}$ 는 원 O의 접선이다. $\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 28^\circ$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 31°

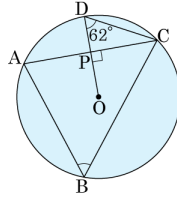
해설

$$\angle ABD = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - 62^\circ) = 59^\circ$$

$$\angle CBP = \angle DBP - 28^\circ = \angle BAD - 28^\circ = 31^\circ$$

17. 원의 중심 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 P , $\overline{OP}$ 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 D 라 하자. $\angle ODC = 62^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 56°

해설

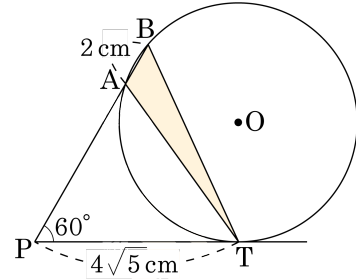
$\overline{OD} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCD = \angle ODC = 62^\circ$$

$$\therefore \angle DOC = 180^\circ - 62^\circ \times 2 = 56^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 2 \angle DOC = \angle DOC = 56^\circ$$

18. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{PB}$ 는 원 O 의 할선이다. $\overline{PT} = 4\sqrt{5} \text{ cm}$, $\overline{AB} = 2 \text{ cm}$, $\angle P = 60^\circ$ 일 때, $\triangle ATB$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{15} \text{ cm}^2$

해설

$\overline{PA} = x$ 라 하면

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$80 = x(x + 2)$$

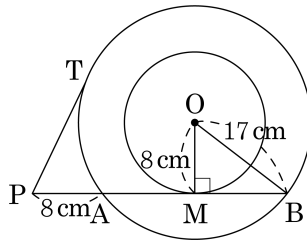
$$x^2 + 2x - 80 = (x + 10)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 8(\text{cm})(\because x > 0)$$

($\triangle ATB$ 의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{5} \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{15}(\text{cm}^2)$$

19. 다음 그림과 같이 두 원이 동심원을 이루고 $\overline{PA} = 8\text{ cm}$, $\overline{OM} = 8\text{ cm}$, $\overline{OB} = 17\text{ cm}$ 일 때, 큰 원의 접선 $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $4\sqrt{19}\text{ cm}$

해설

$\overline{BM} = 15 = \overline{AM}$ 이므로

$$\overline{PT}^2 = 8 \times (8 + 15 + 15) = 304$$

$$\overline{PT} = 4\sqrt{19}(\text{cm})$$