약점 보강 1

1. 정의역이 $\{-2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3\}$ 일 때, 함수 $y=-\frac{8}{x}$ 의 치역에 속하는 원소가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① $\frac{8}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ 4
④ -4 ⑤ 8

해설

$f(-2)=-\frac{8}{-2}=4,\ f(-1)=-\frac{8}{-1}=8$
$f(1)=-\frac{8}{1}=-8,\ f(2)=-\frac{8}{2}=-4,\ f(3)=-\frac{8}{3}$
$\therefore\ \left\{4,\ 8,\ -8,\ -4,\ -\frac{8}{3}\right\}$

2. 다음 보기에서 함수 $y=4x$ 의 그래프 위에 있는 점을 모두 골라라.

보기

A$(-4,\ -1)$ B$(0,\ 0)$ C$(-2,\ 8)$
D$(-3,\ 12)$ E$(-4,\ -16)$ F$(3,\ 12)$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : B
▷ 정답 : E
▷ 정답 : F

해설

A : $-1\neq 4\times(-4)$
B : $0=4\times 0$
C : $8\neq 4\times(-2)$
D : $12\neq 4\times(-3)$
E : $-16=4\times(-4)$
F : $12=4\times 3$

3. $f(x)=3x-1$ 의 치역이 $\{-4,\ -1,\ 2\}$ 일 때, 정의역의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

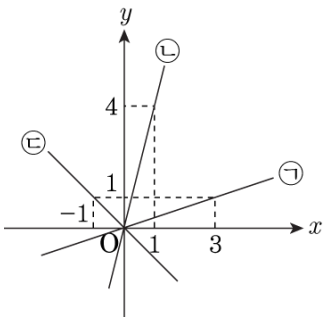
$f(x)=-4$ 일 때, $3x-1=-4,\ x=-1$

$f(x)=-1$ 일 때, $3x-1=-1,\ x=0$

$f(x)=2$ 일 때, $3x-1=2,\ x=1$

따라서 정의역은 $\{-1,\ 0,\ 1\}$, 원소들의 총합은 0 이다.

4. 다음 그래프에서 ㉠,㉡,㉢이 나타내는 함수를 보기에서 찾아 차례대로 나열한 것은?



$y=3x\ ,\ y=\frac{1}{3}x\ ,\ y=-4x$

$y=4x,\ y=\frac{1}{4}x,\ y=-\frac{1}{4}x$

$y=x,\ y=-x,\ y=-3x$

[배점 3, 하상]

① $y=3x\ ,\ y=\frac{1}{4}x\ ,\ y=x$

② $y=\frac{1}{3}x\ ,\ y=-4x\ ,\ y=-x$

③ $y=\frac{1}{3}x\ ,\ y=4x\ ,\ y=x$

④ $y=\frac{1}{3}x\ ,\ y=4x\ ,\ y=-x$

⑤ $y=-3x\ ,\ y=-4x\ ,\ y=x$

해설

㉠, ㉡, ㉢은 정비례 그래프이다.

㉠ $y=ax$ 은 점 $(3,1)$ 을 지나므로 $1=3a,\ a=\frac{1}{3}$ 이고, $y=\frac{1}{3}x$ 이다.

㉡ $y=bx$ 는 점 $(1,4)$ 를 지나므로 $4=b$ 이고, $y=4x$ 이다.

㉢ $y=cx$ 는 점 $(-1,1)$을 지나므로 $-c=1,\ c=-1$ 이고, $y=-x$ 이다.

5. 정의역이 $\{x|0<|x|\leq 3\}$ 인 함수 $y=\dfrac{15}{x}$ 의 치역을 고르면? [배점 3, 하상]

① $\{y|-5\leq y\leq 5\}$

② $\{y|-5\leq y<0,\ 0<y<5\}$

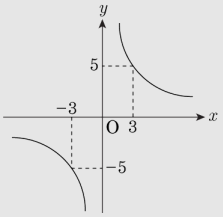
③ $\{y|0<y\leq 5\}$

④ $\{y||y|\geq 5\}$

⑤ $\{-15,\ -5,\ -3,\ -1,\ 1,\ 3,\ 5,\ 15\}$

해설

주어진 정의역에 따른 $y=\dfrac{15}{x}$ 의 그래프를 그려 보면



따라서 치역은 $\{y|y\leq -5,\ y\geq 5\}=\{y||y|\geq 5\}$ 이다.

6. 정의역이 $\{x|0<|x|\leq 3\}$ 인 함수 $y=\dfrac{15}{x}$ 의 치역을 고르면? [배점 3, 하상]

① $\{y|-5\leq y\leq 5\}$

② $\{y|-5\leq y<0,\ 0<y<5\}$

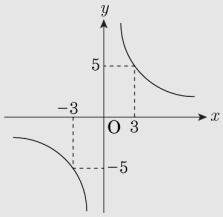
③ $\{y|0<y\leq 5\}$

④ $\{y||y|\geq 5\}$

⑤ $\{-15,\ -5,\ -3,\ -1,\ 1,\ 3,\ 5,\ 15\}$

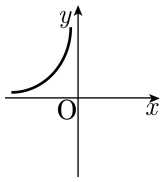
해설

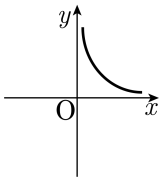
주어진 정의역에 따른 $y=\dfrac{15}{x}$ 의 그래프를 그려 보면

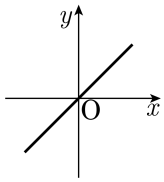


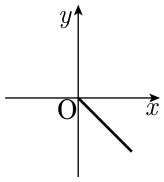
따라서 치역은 $\{y|y\leq -5,\ y\geq 5\}=\{y||y|\geq 5\}$ 이다.

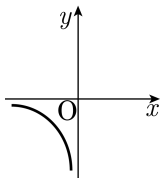
7. 다음 중 정의역이 $\{x|x \geq 0\}$ 일 때, 함수 $y = ax$ $(a < 0)$ 의 그래프를 고르면? [배점 3, 하상]

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

함수 $y = ax$ 는 $a < 0$ 이므로 제 2사분면과 제 4사분면 위에 있다. 이때, 정의역이 $x \geq 0$ 이므로 그래프는 ④이다.

8. 함수 $y = -\frac{24}{x} + 11$ 의 정의역이 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ 일 때, 다음 중 공역이 될 수 없는 것은? [배점 4, 중중]

① $\{y \mid y \leq 5\}$ ② $\{y \mid -15 \leq y \leq 8\}$

③ $\{y \mid y$는 자연수$\}$ ④ $\{y \mid -13 \leq y\}$

⑤ $\{y \mid y$는 정수$\}$

해설

$f(1) = -13$
$f(2) = -1$
$f(3) = 3$
$f(4) = 5$
$f(1)$의 값과 $f(2)$의 값은 자연수가 아니다.
따라서 ③ $\{y \mid y$는 자연수$\}$ 는 공역이 될 수 없다.

9. 함수 $y = -\frac{1}{2}x$ 의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(a, -3)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발이 Q 이다. 이 때, $\triangle$ PQO 의 넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]

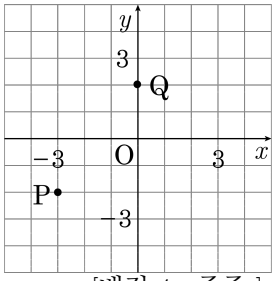
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$y = -\frac{1}{2}x$에 $(a, -3)$대입 : $-3 = -\frac{1}{2} \times a \quad \therefore a = 6$
$\mathrm{P}(6,\ -3)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발 Q 의 좌표는 $\mathrm{Q}(6, 0)$
$\triangle$ PQO 의 점의 좌표는 $\mathrm{P}(6, -3),\ \mathrm{Q}(6, 0),\ \mathrm{O}(0, 0)$
$\triangle$ PQO 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$

10. 다음 좌표평면에서 점 P, Q의 좌표가 바르게 짝지어진 것은?



[배점 4, 중중]

① P(5, −3), Q(−2, −1)

② P(−5, 2), Q(−3, 2)

③ P(−3, −2), Q(0, 2)

④ P(−3, 2), Q(2, 0)

⑤ P(3, −5), Q(2, −1)

해설

점 P의 좌표 : P(−3, −2)
점 Q의 좌표 : Q(0, 2)

11. 다음 점 중에서 제 3 사분면 위의 점을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

① A(2, 7)

② B(3, −5)

③ C(−3, −5)

④ D(−2, 7)

⑤ E(−1, −3)

해설

(a, b)가 제 3사분면 위의 점일 때 $a < 0, b < 0$ 이므로 ③, ⑤

12. 점 C(2, −7)은 제 몇 사분면 위의 점인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

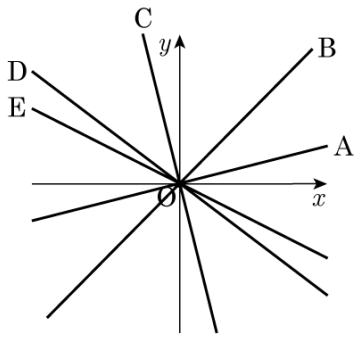
▶ 답 :

▷ 정답 : 제 4사분면

해설

C(2, −7)은 x좌표는 양수, y좌표는 음수이므로 제 4사분면의 점이다.

13. 다음은 보기 함수들의 그래프를 그린 것이다. 이때, $y=-\frac{2}{3}x$ 의 그래프는?



보기

㉠ $y=x$ ㉡ $y=-2x$

㉢ $y=-\frac{2}{3}x$ ㉣ $y=\frac{1}{3}x$

㉤ $y=-\frac{1}{2}x$

[배점 4, 중중]

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$y=-\frac{2}{3}x$ 의 기울기가 음수이므로 제 2, 4 사분면을 지나고 보기의 기울기가 음수인 그래프들 중 절댓값이 두 번째로 크므로 D그래프가 $y=-\frac{2}{3}x$ 이다.

14. 온도가 일정할 때, 기체의 부피 $V\,\mathrm{cm}^3$ 는 압력 P 에 반비례한다. 압력이 1 기압일 때 부피가 $10\,\mathrm{cm}^3$ 인 기체가 있다. 이 기체의 압력을 5 기압으로 하면 부피는 얼마나 되겠는가? [배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 10 ⑤ 12

해설

부피 (y) 는 압력 (x) 에 반비례 하므로 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$ 이다.
$(1,\ 10)$ 을 대입하면 관계식은 $y=\frac{10}{x}$ 이다.
$x=5$ 를 대입하면 $y=2$ 이다.

15. 함수 $f:X\to Y$ 의 관계식이 $f(-x+3)=\frac{3x^2-2}{x}$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. (단, $x\neq 0$)

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

x가 2일 때, $-x+3$ 가 1 이므로
$\therefore\ f(1)=\frac{3\times 2^2-2}{2}=\frac{10}{2}=5$ 이다.

16. X $= \{4,5,6\}$, Y $= \{1,2,3,4,5,6\}$ 일 때, X 에서 Y 로의 다음 관계 중에서 y 가 x 의 함수인 것을 모두 고르면?

㉠ $x+y=$ (5의 배수)

㉡ $x-2=y$

㉢ $xy=$ 짝수

㉣ $y=$ (x의 약수의 개수)

㉤ $y=$ (x보다 작은 소수)

[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉡ ② ㉡ ③ ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉤

해설

두 변수 x, y 에 대해 x 값이 하나로 결정됨에 따라 y 값도 결정될 때 함수라 한다.
즉, x 값 하나에 y 값도 하나로 결정되어야 한다.
㉠ $x=4$ 일 때, $y=1$, 6 두개로 결정되므로 함수가 아니다.
㉢ $x=4$ 일 때, $y=1$, 2, 3, 4, 5, 6 여섯개로 결정되므로 함수가 아니다.
㉤ $x=4$ 일 때, 4보다 작은 소수 $y=2$, 3 두개로 결정되므로 함수가 아니다.

17. 함수 $y=ax-3$ 에서 $f(1)=-1$ 일 때, $a+\dfrac{f(-3)}{f(3)}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$f(1)=a-3=-1,\ a=2$
$f(3)=2\times 3-3=3$
$f(-3)=2\times(-3)-3=-9$
$\therefore a+\dfrac{f(-3)}{f(3)}=2+\dfrac{-9}{3}=-1$

18. 점 $\left(-\dfrac{11}{8},\ 6\right)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 두 함수 $y=\dfrac{6}{5}x$, $y=-\dfrac{6}{7}x$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, △PQO 의 넓이를 구하여라.(단,O는 원점)

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

점 $\left(-\dfrac{11}{8},\ 6\right)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은 $y=6$
$y=6$ 이 두 함수 $y=\dfrac{6}{5}x$, $y=-\dfrac{6}{7}x$ 와 만나는 점 → 각 함수식에 $y=6$을 대입한다.
$6=\dfrac{6}{5}x\ \therefore x=5\quad \therefore \mathrm{P}(5,6)$
$6=-\dfrac{6}{7}x\ \therefore x=-7\quad \therefore \mathrm{Q}(-7,6)$
△PQO 의 꼭짓점의 좌표는 $(5,6)$, $(-7,6)$, $(0,0)$
△PQO 의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\{5-(-7)\}\times 6=36$

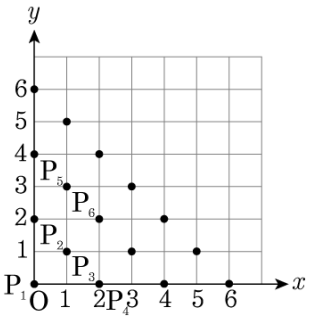
19. 두 점 $A(a,\ b-2)$, $B(3b,\ a+1)$ 가 x 축 위에 있고, 점 C 의 좌표가 $C(2a+b,\ a+2b)$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? [배점 5, 중상]

① 6 ② $\frac{21}{2}$ ③ 12 ④ $\frac{27}{2}$ ⑤ 21

해설

x축 위의 점은 y좌표가 0이므로 $b-2=0,\ b=2,$
$a+1=0,\ a=-1,\ A(-1,\ 0), B(6,\ 0),\ C(0,\ 3)$
이므로
$S=7\times 3\times\frac{1}{2}=\frac{21}{2}$

20. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 점 $P_1,\ P_2,\ P_3\cdots$ 를 찍으면 $P_1=(0,\ 0)$, $P_2=(0,\ 2)$, $P_3=(1,\ 1)$, $P_4=(2,\ 0)$ 이 된다. 이 때, 세 점 P_{31}, P_{70}, P_{95} 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하면?



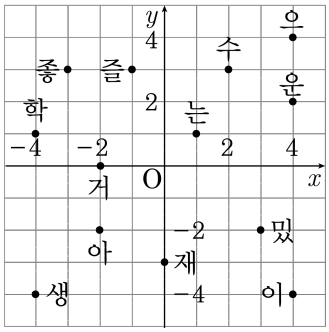
[배점 5, 중상]

① 13 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 32

해설

$P_4=(0,4),\ P_9=(0,6),\ \cdots$
$P_{31}=(5,5),\ P_{70}=(5,11),\ P_{95}=(13,5)$
$\therefore\ \frac{1}{2}\times 8\times 6=24$

21. 다음 좌표평면을 보고 다음 좌표가 나타내는 말을 찾아 써라.



(2, 3) → (−4, 1) → (4, −4) → (−3, 3) → (−2, −2)

[배점 5, 중상]

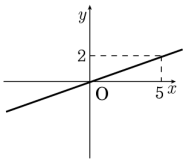
▶ 답 :

▷ 정답 : 수학이좋아

해설

(2, 3) 수
(−4, 1) 학
(4, −4) 이
(−3, 3) 좋
(−2, −2) 아
∴ 좌표가 나타내는 말은 '수학이좋아'

22. 다음 중 아래 그래프에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



[배점 5, 중상]

① 그래프가 나타내는 함수의 식은 $y = \frac{2}{5}x$ 이다.

② 제 1, 3사분면을 지난다.

③ x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

④ 점 $(-5, -2)$ 를 지난다.

⑤ $f(-5) - f(5) = 0$

해설

$f(-5) = -2$
$f(5) = 2$
$\therefore\ f(-5) - f(5) = -2 - 2 = -4$