

실력 확인 문제

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 30$, $n(B) = 20$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 30 &= n(A) + 20 - 7 \\ \therefore n(A) &= 17 \end{aligned}$$

2. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 를 구한 것이다. 빈 칸에 들어갈 알맞은 원소를 차례대로 쓴 것을 골라라.

$A = \{x | x \text{는 알파벳의 모음}\}$

$B = \{x | x \text{는 단어 } apple \text{에 들어 있는 모음}\}$

$A \cap B = \{a, \square\}$

$A \cup B = \{a, e, i, l, \square, o, u\}$ [배점 2, 하중]

- ① e, p ② l, p ③ o, u
④ e, o ⑤ p, e

해설

$$\begin{aligned} A &= \{a, e, i, o, u\}, \quad B = \{a, e, l, p\} \\ A \cap B &= \{a, e\}, \quad A \cup B = \{a, e, i, l, p, o, u\} \end{aligned}$$

3. 다음 중 주어진 조건에 의해 그 대상을 분명히 알 수 있는 것이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 하상]

- ① 1보다 작은 자연수의 모임
② 신기한 재주를 갖고 있는 사람들의 모임
③ 분자가 1인 분수의 모임
④ 4보다 작은 4의 배수의 모임
⑤ 큰 수들의 모임

해설

- ② '신기한'은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ '큰'은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

4. 다음 중 공집합이 아닌 유한집합을 모두 고르면 ?
[배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \leq 1, x \text{는 자연수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{ 인 자연수}\}$
 ③ $\{x \mid x < 2, x \text{는 소수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{보다 큰 } 25 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{1\}$
 ② $\{3, 8, 13, \dots\}$
 ③ $\emptyset$
 ④ $\{1\}$
 ⑤ $\{50, 75, 100, \dots\}$

5. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7, 8\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합 중 원소 2, 5를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하면?
[배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

구하고자 하는 부분집합은 $\emptyset, \{3\}, \{7\}, \{8\}, \{3, 7\}, \{3, 8\}, \{7, 8\}, \{3, 7, 8\}$ 의 8개이다.

6. 민호네 학교 학생 100명 중에서 A 동아리에 가입한 학생이 62명, B 동아리에 가입한 학생이 59명이고 B 동아리에만 가입한 학생은 25명이다. 이 때, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생 수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13명

해설

민호네 학교 학생들의 모임을 전체집합 U , A 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 A , B 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 B 라 하면, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생들의 모임은 $A^C \cap B^C$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A^C \cap B^C) &= n((A \cup B)^C) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 100 - (62 + 59 - 34) = 13 \end{aligned}$$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 27$, $n(A \cup B) = 48$, $n(A) = 35$ 일 때, $n(A \cap B) + n(B)$ 의 값은?
[배점 3, 중하]

- ① 8 ② 21 ③ 27 ④ 29 ⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ 27 &= 35 - n(A \cap B) \\ \therefore n(A \cap B) &= 8 \\ n(A - B) &= n(A \cup B) - n(B) \\ 27 &= 48 - n(B) \\ \therefore n(B) &= 21 \\ n(A \cap B) + n(B) &= 8 + 21 = 29 \end{aligned}$$

8. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\{2, 4\} \cap X = \{2, 4\}$$

[배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 은 $X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 와 같고,
 $\{2, 4\} \cap X = \{2, 4\}$ 은 $\{2, 4\} \subset X$ 와 같다.
 즉, X 는 원소 2, 4 를 반드시 포함하는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.
 따라서 X 의 개수는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 원소 2, 4 를 제외한 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
 $\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

9. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 옳지 않은 것은? (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset, U$ 는 전체집합)

[배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = A$ ② $A \cap B = A \cup B$
 ③ $n(A \cup B) = n(B)$ ④ $n(A) = n(A \cap B)$
 ⑤ $A \cup B = U$

해설

$$A \cup B \neq U$$

10. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 25, n(B) = 16, A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B)$ 와 $n(A - B)$ 의 값을 각각 구하여라.
 [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $n(A \cup B) = 25$

▷ 정답: $n(A - B) = 9$

해설

$$A \cap B = B \text{이므로 } B \subset A,$$

$$n(A \cup B) = n(A) = 25,$$

$$n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$$

11. 집합 $A = \left\{x \mid x \text{는 } \frac{11}{x} = 5 \text{를 만족하는 자연수}\right\}$ 의 부분집합의 개수는?
 [배점 4, 중중]

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개
 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$A = \emptyset$ 이므로 모든 집합의 부분집합에는 $\emptyset$ 과 자기 자신이 포함되는데 $\emptyset$ 은 $\emptyset$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1개이다.

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 소수}\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 4개 ② 10개 ③ 12개
 ④ 16개 ⑤ 20개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3, 5, 7을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{8-4} = 2^4 = 16$ (개)

13. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $X \cap A = X$ 와 $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

$X \cap A = X$ 이므로 $X \subset A$
 $X \cup (A \cap B) = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$
 $A \cap B = \{1, 5\}$
 $\{1, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 5, 7\}$
 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 5를 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

14. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 골라라 [배점 5, 중상]

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
 ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$
 ③ $A \cup \emptyset = \emptyset$
 ④ $A \subset B, B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$
 ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
 ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$
 ③ $A \cup \emptyset = A$
 ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

15. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B \neq B \cap A$
- ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$
- ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
- ④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$
- ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \cap B = B \cap A$
- ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$
- ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$