

확인학습2

1. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{2, 5, 9, 10\}$, $C = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $A \cap (B \cap C)$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{2, 3\}$ ② $\{2, 5\}$ ③ $\{2, 3, 5\}$
 ④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{3, 5, 8\}$

해설

$B \cap C = \{2, 5\}$ 이고 A 와의 교집합은 $\{2, 5\}$ 이다.

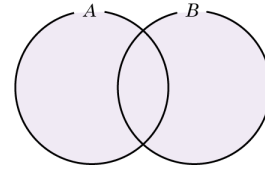
2. 10의 약수의 집합을 A , 12의 약수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $10 \in A$ ② $12 \in A$ ③ $14 \notin B$
 ④ $8 \in B$ ⑤ $6 \notin B$

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $10 \in A$, $14 \notin B$ 이다.

3. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 ?



[배점 3, 하상]

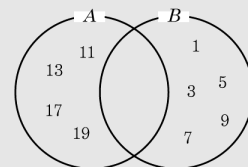
- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
 ② $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$
 ③ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 17\}$
 ④ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면

$A = \{11, 13, 17, 19\}$

벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



색칠한 부분이 나타나는 원소는 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(답 2 개)

[배점 3, 하상]

- ① $A \cap A = \emptyset$
- ② $A \cap \emptyset = A$
- ③ $(A \cap B) \subset A$
- ④ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $B \subset (A \cap B)$

해설

- ① $A \cap A = A$
- ② $A \cap \emptyset = \emptyset$
- ⑤ $(A \cap B) \subset B$

5. 세 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{3, 4, 8, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) - C$ 는?

[배점 3, 하상]

- ① $\{4\}$
- ② $\{2, 4\}$
- ③ $\{4, 8\}$
- ④ $\{2, 8\}$
- ⑤ $\{2, 4, 8\}$

해설

$(A \cap B) - C = \{4, 8\} - \{1, 2, 3, 5\} = \{4, 8\}$ 이다.

6. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\}$ 일 때, $A - B^c$ 은?

[배점 3, 하상]

- ① $\{1\}$
- ② $\{3\}$
- ③ $\{1, 3\}$
- ④ $\{1, 3, 5\}$
- ⑤ $\{1, 3, 7, 9\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 $B^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이다.

따라서 $A - B^c = \{1, 2, 3, 6\} - \{2, 4, 6, 8, 10\} = \{1, 3\}$ 이다.

7. 전체 집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 의 두 집합 A , B 에 대하여

$A = \{1, 5, 7\}$, $(A \cap B)^c = \{1, 3, 9, 11, 13\}$, $(A \cup B)^c = \{11, 13\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $A = \{1, 3, 5, 7\}$
- ② $B - A = \{3, 7, 9\}$
- ③ $B^c = \{1, 11, 13\}$
- ④ $A \cap B = \{5\}$
- ⑤ $B \cap A^c = \{3, 7\}$

해설

- ① $A = \{1, 5, 7\}$
- ② $B - A = \{3, 9\}$
- ④ $A \cap B = \{5, 7\}$
- ⑤ $B \cap A^c = \{3, 9\}$

8. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\},$

$B = \{a, 3, 5, 7, b\}$

에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

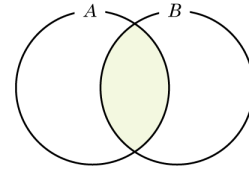
$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이고

$B = \{a, 3, 5, 7, b\}$ 이므로

$a = 1, b = 9$ 또는 $a = 9, b = 1$ 이므로

$a + b = 10$

9. 두 집합 $A = \{2, 4, 8, 9, 10, 12\}, B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

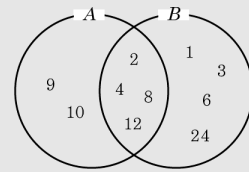
▷ 정답 : 26

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 가 된다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{2, 4, 8, 12\}$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 원소의 합은 $2 + 4 + 8 + 12 = 26$ 이다.

10. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

11. 두 집합 A, B 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
 ② $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
 ③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) \neq n(B)$ 이다.
 ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
 ⑤ $n(A) = n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

- ② 반례 : $A = \{1\}, B = \{2, 3\}$
 ③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B, n(A) = n(B)$ 이다.
 ④ 반례 : $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$
 ⑤ 반례 : $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = A$ ② $A \subset B$
 ③ $A^C - B^C = B$ ④ $A \cap B^C = \emptyset$
 ⑤ $B^C \subset A^C$

해설

- $A \cup B = B$ 이므로 $A \subset B$ 이다.
 ③ $A^C - B^C = B - A$ 이다.

13. 집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$,
 $A \cap B = \{1, 8, 15\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 13,$
 $15, 18\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

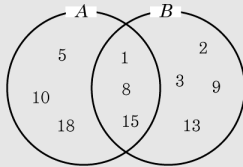
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$B = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$, $A \cap B = \{1, 8, 15\}$,
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 13, 15, 18\}$ 이므로
 벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 $A = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$ 이고, 집합
 A 의 원소의 개수는 7 개이다.

14. 집합 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중에서 적어도
 한 개의 2 의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를
 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이
 고, 이 중에서 2 의 배수를 원소로 하나도 갖지 않
 는 부분집합은 원소 3, 5 로 만든 부분집합이므로
 $2^2 = 4$ (개) 이다.
 $\therefore 32 - 4 = 28$ (개)

15. 다음 집합 중에서 조건제시법을 원소나열법으로, 원소
 나열법을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? (정답
 2 개) [배점 4, 중중]

① $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{1, 3, 6, \dots\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 10의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8 \dots\}$

③ $\{x \mid x \text{는 30보다 작은 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, \dots,$
 $23, 29\}$

④ $\{3, 6, 9, 12\} = \{x \mid x \text{는 10 이하의 3의 배수}\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, \dots, 99\} = \{x \mid x \text{는 100 이하의}$
 $\text{홀수}\}$

해설

① $\{1, 3, 5 \dots\}$

② $\{1, 2, 5, 10\}$

④ $\{x \mid x \text{는 12 이하의 3의 배수}\}$

16. 40명의 학생 중 수학을 좋아하는 학생이 24 명, 영어를 좋아하는 학생이 18 명, 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생이 9 명일 때, 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7명

해설

수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 영어를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

수학과 영어를 좋아하는 학생, 즉 $A \cap B = 9$ 이다.

수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 합집합을 제외한 나머지 인원이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 24 + 18 - 9$$

$$x = 33$$

$n(A \cup B) = 33$ 이므로 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 $40 - 33 = 7$ (명) 이다.

17. 우리 반 학생 47 명 중에서 경주에 가 본 학생이 17 명, 부산에 가 본 학생이 23 명, 경주에도 부산에도 가보지 못한 학생이 10 명일 때, 경주와 부산에 모두 가 본 학생을 몇 명인가? [배점 4, 중중]

① 1명

② 3명

③ 5명

④ 7명

⑤ 9명

해설

경주에 가 본 학생을 집합 A 라 하고, 부산에 가 본 학생을 집합 B 라 하자.

경주에도 부산에도 가보지 못한 학생이 10 명이므로 $n(A \cup B) = 47 - 10 = 37$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$37 = 17 + 23 - x$$

$$x = 3 \text{ 이다.}$$

그러므로 경주와 부산에 모두 가 본 학생, 즉 $n(A \cap B) = 3$

18. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B^c = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A^c - B$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{3, 5\}$ ② $\{3, 7\}$
 ③ $\{3, 5, 7\}$ ④ $\{3, 5, 7, 9\}$
 ⑤ $\{3, 5, 7, 8, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로
 $A^c - B = \{3, 5, 6, 7, 9, 10\} - \{2, 4, 6, 8, 10\} = \{3, 5, 7, 9\}$ 이다.

19. 세 집합 $A = \{x \mid x = 2 \times n - 1, n \text{은 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{미만의 소수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $B \cup (C \cap A)$ 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 87

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $A = \{2 \times 1 - 1, 2 \times 2 - 1, 2 \times 3 - 1, \dots\} = \{1, 3, 5, \dots\}$ 즉 홀수의 집합과 일치한다.
 $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, $C = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 이다.
 먼저 C 와 A 의 교집합을 구하면 $\{1, 3, 9\}$ 이다.
 $B \cup (C \cap A) = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$
 따라서 모든 원소의 합을 구하면 $1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 17 + 19 = 87$

20. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수의 개수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A \subset B$ 이면 $\square$ 는 8의 약수이어야 한다. 따라서 $\square$ 는 1, 2, 4, 8의 4개이다.

21. 세 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 5

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.
 따라서 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\} = X$, $n = 5$ (최솟값)
 $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = X$,
 $n = 10$ (최댓값)
 $\therefore 10 - 5 = 5$

22. 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$ 일 때, 집합 $B = \{x \mid x = a+b, a \in A, b \in A\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 32 개

해설

$b \backslash a$	-1	0	1
-1	-2	-1	0
0	-1	0	1
1	0	1	2

표에 의하여 $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 이므로 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)이다.

23. 다음 두 조건을 만족하는 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

$$A \cap \{4, 8, 10, 12\} = \{4, 10\}$$

$$A \cup \{4, 8, 10, 12\} = \{4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 64 개

해설

$A \cap \{4, 8, 10, 12\} = \{4, 10\}$ 에서 집합 A 는 원소 4, 10을 포함하고, 원소 8, 12는 포함하지 않는다.
또 $A \cup \{4, 8, 10, 12\} = \{4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$ 에서 집합 A 는 원소 5, 6, 9, 11을 포함한다.
 $\therefore A = \{4, 5, 6, 9, 10, 11, 12\}$
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$ (개)이다.

24. 두 집합 $A = \{1, 5, a\}$, $B = \{5, 7, b\}$ 이고 $A \subset B$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것을 골라라.

㉠ $a = 5$

㉡ $b = 1$

㉢ $B \subset A$

㉣ $A = B$

㉤ $a + b = 8$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

$A \subset B$ 조건을 만족하기 위해선 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 안에 포함되어야 하므로 $b = 1$ 이고,
 a 는 1, 5, 7 중 한 가지가 되어야하지만 이미 집합 A 에 1, 5 가 존재하므로 $a = 7$ 이 되어 $A = B$ 가 된다.

㉠ $a = 7$

25. 집합 $A = \{x \mid 7 < x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 에 대해서, 원소 8 또는 9 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하시오. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 96 개

해설

$$A = \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$$

원소 8 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{7-1} = 64 \text{ (개)}$$

원소 9 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{7-1} = 64 \text{ (개)}$$

원소 8, 9 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{7-2} = 32 \text{ (개)}$$

원소 8 또는 9 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$64 + 64 - 32 = 96 \text{ (개)}$$

26. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 6, 8\}, B^C \cap A = \{8\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{2, 6, 8\}, B^C \cap A = \{8\}$ 이므로 남은 원소는 4, 10 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

27. 집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 약수}, n \text{은 자연수}\}$ 일 때, $(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = A_6$ 을 만족하는 n 의 값을 모두 찾아라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

해설

$$(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = (A_n^c \cap A_6) \cup A_n = (A_6 - A_n) \cup A_n$$

위의 식을 보면,

$A_n \subset A_6$ 이므로,

6 의 약수의 집합에 포함될 수 있는 약수의 집합은 1, 2, 3, 6

28. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여 $[P] = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \dots \times p_N$ 이라 정의한다. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_8$ 이라 할 때, $[A_1] \times [A_2] \times [A_3] \times \dots \times [A_8]$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1296

해설

$A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합이 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_8$ 일 때,

집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{3-1} = 4$ (번) 씩 나온다.

따라서 $[A_1] \times [A_2] \times [A_3] \times \dots \times [A_8] = 1^4 \times 2^4 \times 3^4 = 1296$