

약점 보강 2

1. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 2, 하중]

- ① 5의 배수의 모임
- ② 15보다 큰 14의 약수의 모임
- ③ 10보다 큰 홀수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 10보다 조금 작은 수들의 모임

해설

- ① $\{5, 10, 15, \dots\}$
- ② \emptyset
- ③ $\{11, 13, 15, \dots\}$
- ④ $\{1\}$

2. 다음 중 공집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $\{0\}$
- ② \emptyset
- ③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\}$
- ④ $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{\emptyset\}$

해설

- ③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\} = \{2\}$
- ④ 1과 2 사이에는 자연수가 없으므로 $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\} = \emptyset$

3. 다음 중 무한집합을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $\{x|x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 2 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\}$
- ④ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 2000\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 30 \text{보다 작은 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{7, 14, 21, 28, \dots\} \rightarrow$ 무한집합
- ② $\{1, 2\} \rightarrow$ 유한집합
- ③ 무한집합
- ④ 유한집합
- ⑤ $\{5, 10, 15, 20, 25\} \rightarrow$ 유한집합

4. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① {2, 4, 6, 8, ..., 998, 1000}
- ② { $x|x$ 는 42의 약수}
- ③ { $x|x$ 는 50보다 큰 5의 배수}
- ④ { $x|2 < x < 4$ 인 짝수}
- ⑤ {6, 12, 18, 24, ...}

해설

- ② {1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42}
- ③ {55, 60, 65, 70, ...}
- ④ \emptyset

5. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① 우리 반에서 안경을 낀 학생들의 모임
- ② 부산에 사는 중학생들의 모임
- ③ 예쁜 강아지들의 모임
- ④ 영어를 잘하는 학생들의 모임
- ⑤ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임

해설

③에서 예쁜 강아지와 ④에서 영어를 잘하는 학생은 그 기준이 명확하지 않다.

6. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉣ 마른 사람의 모임
- ㉤ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉥ 100 보다 작은 짝수의 모임

[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉣, ㉥
- ⑤ ㉠, ㉢, ㉥

해설

- ㉠ : 11, 13, 15, ...
- ㉡ : 월, 화, 수, ..., 일
- ㉢ : 2, 4, 6, ..., 94, 96, 98
- ㉣, ㉤, ㉥은 기준이 분명하지 않다.

7. 20의 약수의 모임을 집합 A 라고 할 때, \square 안에 \in 기호가 들어가야 하는 것은? [배점 2, 하중]

- ① $3 \square A$ ② $A \square 4$ ③ $6 \square A$
 ④ $1 \square A$ ⑤ $7 \square A$

해설

20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다. 3과 6, 7은 집합 A 의 원소가 아니고 1과 4는 집합 A 의 원소이다.

8. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 1을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8개라고 할 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ **답:**
 ▷ **정답:** 4

해설

$$2^{(1을 제외한 원소의 개수)} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \therefore n = 4$$

9. $A = \{1, \{2, 3\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{2, 3\} \in A$ ② $\{2, 3\} \subset A$
 ③ $\{1, \{2, 3\}\} \subset A$ ④ $1 \in A$
 ⑤ $\{2, 3\} \in A$

해설

② $\{2, 3\} \not\subset A$

10. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $\emptyset \subset A$ ㉡ $\{3, 5, 7\} \subset A$
 ㉢ $1 \in A$ ㉣ $2 \in A$
 ㉤ $\{2\} \in A$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠ ② ㉣
 ③ ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉢, ㉣
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

㉢ $1 \notin A$
 ㉤ $\{2\} \notin A$

11. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A \subset B$ 이면, $n(A)$ 는 $n(B)$ 보다 작다.
- ② $A \subset B$ 이고, $A \neq B$ 이면, $n(A) = n(B)$ 이다.
- ③ $B = A$ 이면 $n(A)$ 와 $n(B)$ 는 같다.
- ④ $n(A) < n(B)$ 이면, $A \subset B$ 이다.
- ⑤ $A = \{0, \emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

해설

- ① 반례 : $A = \{1\}, B = \{1\}$
- ② 반례 : $A = \{1\}, B = \{1, 3\}$
- ④ 반례 : $A = \{2\}, B = \{1, 3\}$
- ⑤ $A = \{0, \emptyset\}$ 이면 $n(A) = 2$ 이다.

12. 두 집합 A, B 에 대하여

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
 $A = \{4, 6, 8\}$ 이므로 $B = \{4, 6, 8\}$
 따라서 $n(B) = 3$ 이다.

13. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 6개

해설

집합 A 의 원소 2개를 짝짓는 방법은

- $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\},$
- $\{2, 3\}, \{2, 4\},$
- $\{3, 4\}$

따라서, 원소가 2개인 부분집합의 개수는 $3 + 2 + 1 = 6$ (개)이다.

14. 두 집합 $A = \{6, a - 2, 2\}, B = \{a, 4, 2\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, a 의 값으로 옳은 것은?

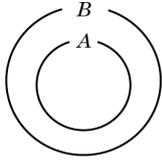
[배점 3, 하상]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$A = B$ 이므로 $a - 2 = 4, a = 6$
 $\therefore a = 6$

15. 다음 벤 다이어그램과 같은 포함 관계일 때, 옳지 않은 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $A \cap B = A$ ② $A - B = \emptyset$
- ③ $A \cup B = B$ ④ $A \subset B$
- ⑤ $(A \cup B) - B = A$

해설

⑤ $(A \cup B) - B = \emptyset$

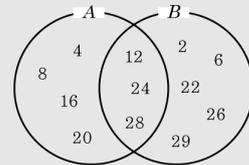
16. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 4 \text{의 배수}\}$, $A \cap B = \{12, 24, 28\}$, $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 20, 22, 24, 26, 28, 29\}$ 일 때 집합 B 를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $\{2, 6, 12, 24, 28\}$
- ② $\{2, 6, 22, 26, 29\}$
- ③ $\{2, 4, 6, 8, 22, 26, 29\}$
- ④ $\{2, 6, 12, 22, 24, 26, 28, 29\}$
- ⑤ $\{2, 4, 6, 8, 12, 24, 28, 29\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$ 이 된다.

$A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 20, 22, 24, 26, 28, 29\}$, $A \cap B = \{12, 24, 28\}$ 이 성립하도록 벤 다이어그램에 그려보자.



그러므로 $B = \{2, 6, 12, 22, 24, 26, 28, 29\}$ 가 된다.

17. 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 홀수}\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ 일 때 집합 A 를 구하면?

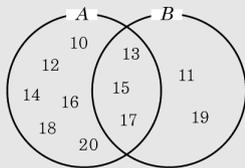
[배점 3, 하상]

- ① {13, 15}
- ② {13, 15, 17, 19, 20}
- ③ {10, 12, 14, 16, 18, 20}
- ④ {10, 14, 16, 18}
- ⑤ {10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20}

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$ 가 된다.

$A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17\}$ 이 성립하도록 벤 다이어그램에 그려보자.



그러므로 $A = \{10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20\}$ 이다.

18. 집합 $A = \{5, 8, 12, 15, 17\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 5의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 24 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 5의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 8, 12, 17로 만든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ (개) 이다.

$\therefore 32 - 8 = 24$ (개)

19. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ 일 때, 다음 집합의 원소들의 합을 구하여라.

보기

$$\{x \mid x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\{x \mid x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\} = B - A$$

$$A = \{2, 4, 6, 8\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$$

$$\text{이므로 } B - A = \{1, 3, 5\}$$

$$\therefore 1 + 3 + 5 = 9$$

20. 11 이하의 자연수 중에서 3 으로 나누었을 때 나머지가 2 인 수의 집합을 A 라 할 때 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $2 \notin A$ ② $5 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $A \ni 10$ ⑤ $A \not\ni 11$

해설

- ① $2 \in A$
 ④ $A \not\ni 10$
 ⑤ $A \ni 11$

21. 3 보다 크고 11 보다 작은 홀수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $3 \in A$ ② $4 \notin A$ ③ $6 \in A$
 ④ $A \not\ni 9$ ⑤ $A \not\ni 11$

해설

- ① $3 \notin A$
 ③ $6 \notin A$
 ④ $A \in 9$

22. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 26$ 일 때, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 8$ 이면 $n(A)$ 의 값을 구 하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 26 &= n(A) + 15 - 8 \\ \therefore n(A) &= 19 \end{aligned}$$

23. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 13$, $n(B) = 16$, $n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 21 &= 13 + 16 - n(A \cap B) \\ \therefore n(A \cap B) &= 8 \end{aligned}$$

28. $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{5, 7\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset, (A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3, 9\}$ ② $\{1, 3, 5, 7\}$
 ③ $\{1, 3, 5, 9\}$ ④ $\{1, 3, 7, 9\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

해설
 $(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 $\{1, 3, 9\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이다. 따라서 X 가 될 수 없는 집합은 $\{1, 3, 5, 7\}$ 이다.

29. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X, X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

해설
 $(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{1, 3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 2 개이다.

30. 두 집합 $A = \{3, 4, a + 1\}, B = \{5, a + 2, 2 \times a, 9\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{3, 4, 6\}$ ② $\{3, 4, 6, 8\}$
 ③ $\{3, 4, 7, 8\}$ ④ $\{3, 4, 6, 8, 9\}$
 ⑤ $\{3, 4, 7, 8, 9\}$

해설
 $(A \cap B) = \{5\}$ 이므로 $a + 1 = 5, a = 4$ 이다. 따라서 $A = \{3, 4, 5\}, B = \{5, 6, 8, 9\}$ 이므로 $(A - B) \cup (B - A) = \{3, 4\} \cup \{6, 8, 9\} = \{3, 4, 6, 8, 9\}$ 이다.

31. $A = \{2, 3, a + 2\}, B = \{a - 1, 4\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4\}$ 일 때, $B - A$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{1\}$ ② $\{2\}$ ③ $\{4\}$
 ④ $\{1, 2\}$ ⑤ $\{1, 5\}$

해설
 $A \cap B = \{4\}$ 이므로 $a + 2 = 4, a = 2$ 이다. 따라서 $A = \{2, 3, 4\}, B = \{1, 4\}$ 이므로 $B - A = \{1\}$ 이다.

32. 미란이는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{2, 6\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{2, 3, 4, b\}$, $B = \{3, a, 5, 7\}$ 을 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 10$

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{2, 6\}$ 이므로 $b = 6$ 이다. $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이다. 따라서 $a + b = 10$ 이다.

33. 지우네 반 학생 30 명 중 게임기를 가진 학생은 21 명, 휴대전화기를 가진 학생은 19 명, 둘 다 가지고 있는 학생은 11 명이다. 이 때, 휴대전화기만 가지고 있는 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

- ① 8 명 ② 11 명 ③ 19 명
④ 21 명 ⑤ 30 명

해설

지우네 반 학생의 집합을 U , 게임기를 가진 학생의 집합을 A , 휴대전화기를 가진 학생의 집합을 B 라 하면
 $n(U) = 30$, $n(A) = 21$, $n(B) = 19$, $n(A \cap B) = 11$ 이다.
 휴대전화기만 가진 학생의 집합은 $B - A$ 이므로
 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 11 = 8$ 이다.

34. 집합 $A = \{1, 2, \emptyset, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2\} \subset A$ ② $\emptyset \subset A$
 ③ $\{\emptyset, 2\} \subset A$ ④ $A \subset A$
 ⑤ $\{\emptyset, \{1, 2\}\} \not\subset A$

해설

$\{\emptyset, \{1, 2\}\} \subset A$ 이다.

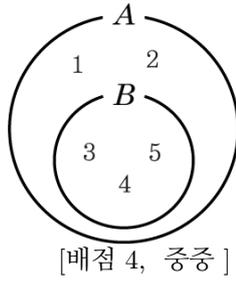
35. $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 5의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $C \subset A \subset B$ ② $A \subset B \subset C$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $C \subset B \subset A$
 ⑤ $A \subset C \subset B$

해설

$A = \{1, 3, 5, \dots\}$, $B = \{1, 5\}$, $C = \{1, 2, 3, \dots\}$
 따라서 ③ $B \subset A \subset C$

36. 두 집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 옳지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $5 \in A$
- ② $4 \in A$
- ③ $\{3, 4\} \in A$
- ④ $\{3\} \subset B$
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 5\} \subset A$

해설

③ $\{3, 4\} \subset A$

37. 집합 $A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 에서 $n(A) = 4$, $n(B) = 6$ 이므로
 $n(A) + n(B) = 10$ 이다.

38. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$
- ② $A^C - B^C = B$
- ③ $A \cap B = A$
- ④ $A^C \subset B^C$
- ⑤ $A \cap B^C = \emptyset$

해설

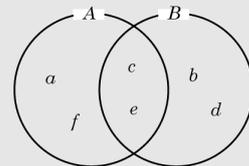
$A \cup B = A$ 이므로 $B \subset A$ 이다.
 따라서 ④ $A^C \subset B^C$ 이다.

39. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{b, c, d, e\}$, $A \cap B = \{c, e\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, 집합 A 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{a, c, e\}$
- ② $\{a, c, f\}$
- ③ $\{a, c, e, f\}$
- ④ $\{a, b, c, f\}$
- ⑤ $\{a, b, e, f\}$

해설

$B = \{b, c, d, e\}$, $A \cap B = \{c, e\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



그러므로 집합 A 는 $\{a, c, e, f\}$ 가 된다.

40. 두 집합 A, B 에 대하여 $B \cap A = B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 4, 중중]

- ① $B \subset (B \cap A)$
- ② $B \subset A$
- ③ $A \cup B = A$
- ④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = A$
- ⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A$

해설

$B \cap A = B$ 이면 $B \subset A$ 이다.

③ $B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$

④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = B \cap A = B$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A \cap B = B$ 이므로 옳지 않다.

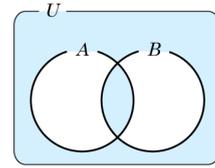
41. 두 집합 C, D 에 대하여 $n(C) = 20, n(D) = 12, C \cap D = \emptyset$ 일 때, $n(C \cup D)$ 는? [배점 4, 중중]

- ① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

해설

$$\begin{aligned} n(C \cup D) &= n(C) + n(D) - n(C \cap D) \\ &= 20 + 12 - 0 = 32 \end{aligned}$$

42. 다음과 같은 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40, n(A) = 12, n(B) = 15, n(A \cap B^c) = 9$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?

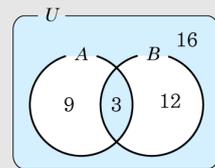


[배점 4, 중중]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 $3 + 16 = 19$ 이다.



43. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 18, n(A \cap B^c) = 10, n(B) = 19$ 일 때, $n(B \cap A^c)$ 은? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$n(A) = 18, n(A - B) = 10$ 이므로 $n(A \cap B) = 8$ 이다.

$n(B \cap A^c) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 8 = 11$ 이다.

44. 전체 60 명의 학생 중 우산을 가져온 학생 35 명, 비옷을 가져온 학생 20 명, 둘 다 가져온 학생이 12 명이다. 우산과 비옷 중 하나만 가져온 학생의 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 31명

해설

$n(U) = 60, n(A) = 35, n(B) = 20, n(A \cap B) = 12$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 35 + 20 - 12 = 43$ 이다.
 $n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 43 - 12 = 31$ 이다.

45. 미영이네 반 학생 38 명은 국어, 수학 문제를 푸는데 국어 문제를 푼 학생이 20 명, 수학 문제를 푼 학생이 25 명, 두 문제를 모두 풀지 못한 학생이 5 명이 있다. 국어 문제만 푼 학생을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 8명

해설

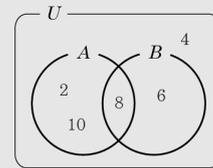
$n(U) = 38, n(A) = 20, n(B) = 25$
 $n(A \cup B) = 38 - 5 = 33$ 이다.
 $n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 33 - 25 = 8$ 이다.

46. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{8\}, A \cap B^c = \{2, 10\}, A \cup B = \{2, 6, 8, 10\}$ 일 때, $B^c \cap A$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2\}$ ② $\{2, 6\}$ ③ $\{2, 4\}$
 ④ $\{2, 8\}$ ⑤ $\{2, 10\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B^c \cap A = \{2, 10\}$ 이다.



47. 집합 $X = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cup B = X$ 가 되는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

$X = \{1, 2, 4, 8\}, A = \{1, 2, 4\}$ 이고
 $A \cup B = X$ 가 되어야 하므로 집합 B 는 원소 8을 반드시 포함해야 한다.
 따라서, 집합 B 는
 $\{8\}, \{1, 8\}, \{2, 8\}, \{4, 8\}, \{1, 2, 8\},$
 $\{1, 4, 8\}, \{2, 4, 8\}, \{1, 2, 4, 8\}$
 이므로 8개이다.

48. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B$ 와 집합 B 가 다음과 같을 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

$$A \cup B = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x|x \text{는 } 3 \text{미만의 자연수}\}$$

[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 4, 8\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 5 \text{보다 큰 } 2 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

집합 $B = \{1, 2\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로
 집합 A 는 원소 4, 8 을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

49. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 13 \text{ 보다 크고 } 27 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 32 개

해설

$A = \{14, 15, 16, \dots, 26\}$ 의 부분집합 중 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수 15, 17, 19, 21, 23, 25는 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{13-2-6} = 2^5 = 32 \text{ (개)}$$

50. 다음 중 두 집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 인 것을 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$
- ② $A = \{x|x \text{는 짝수}\}, B = \{x|x \text{는 홀수}\}$
- ③ $A = \emptyset, B = \{x|x \text{는 } x, y, z\}$
- ④ $A = \{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x|x = 2 \times n - 1, n = 1, 2, 3, \dots\}, B = \{x|x \text{는 자연수}\}$

해설

④ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \supset \{6, 12, 18, 24, \dots\}$

51. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:
▷ 정답: 48 개

해설
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개)이다.

52. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

- Ⓐ $X \subset A$ Ⓒ $2 \in X$
- Ⓑ $n(X) \leq 3$

[배점 5, 중상]

▶ 답:
▷ 정답: 11 개

해설
 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
 집합 X 는 2를 원소로 갖고 원소의 개수가 3개 이하인 A 의 부분집합이므로
 $\{2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{2, 10\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 4, 10\}, \{2, 6, 8\}, \{2, 6, 10\}, \{2, 8, 10\}$
 의 11 개이다.

53. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:
▷ 정답: 7

해설
 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 4\}$
 $1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 4 = 4, 2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 4 = 8, 3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12$
 이므로
 $A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$
 $\therefore n(A \times B) = 7$

54. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$
- ㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 0$
- ㉢ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$
- ㉣ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
- ㉤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = \{4\}$

[매점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 1$
- ㉣ A 와 B 집합의 원소 개수가 같아도 원소는 다를 수 있다.
- ㉤ $4 - 3 = 1$

55. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[매점 5, 중상]

- ㉠ $A = B$ 이면 $A \subset B, B \subset A$
- ㉡ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
- ㉢ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
- ㉣ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
- ㉤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

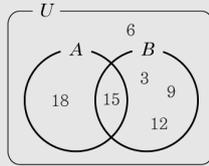
- ㉡ $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$
- ㉢ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만 $n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$
- ㉤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$
 $n(\{1, 2, 3\}) = 3$
 $4 - 3 = 1$

56. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A^c \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$, $B - A = \{3, 9, 12\}$, $A^c \cap B^c = \{6\}$ 일 때, $n(A)$ 는? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이다.
 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{15, 18\}$ 이다.
 따라서 $n(A) = 2$ 이다.



57. 두 집합 $A = \{4, 7, a+1, 2a-2\}$, $B = \{3, a+2, b, 9\}$ 에 대하여 $A - B = \{4, 6\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$A - B = \{4, 6\}$ 이므로
 $4 \in A$, $6 \in A$ 이고 $4 \notin B$, $6 \notin B$, $7 \in B$
 $a + 1 = 6$ 또는 $2a - 2 = 6$
 (i) $a + 1 = 6$ 일 때, $a = 5$
 $A = \{4, 6, 7, 8\}$, $B = \{3, 7, b, 9\}$
 $A - B = \{4, 6\}$ 이려면 $b = 8$
 (ii) $2a - 2 = 6$ 일 때, $a = 4$
 $A = \{4, 5, 6, 7\}$, $B = \{3, 6, b, 9\}$
 $6 \notin B$ 이어야 하므로 $a \neq 4$
 $\therefore A = \{4, 6, 7, 8\}$, $B = \{3, 7, 8, 9\}$
 $A \cup B = \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

58. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 34$, $n(B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 7$ 일 때, $n(U)$ 의 최대값과 최소값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 최대값은 56

▷ 정답: 최소값은 41

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 7$,
 $n(A) = 34$, $n(B) = 15$ 이므로,
 $0 \leq n(A \cap B) \leq 15$ 이고,
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 49 - n(A \cap B)$
 따라서 $n(A \cup B)$ 의 최대값과 최소값은 각각 49, 34 이므로
 $n(U)$ 의 최대값은 $49 + 7 = 56$, 최소값은 $34 + 7 = 41$

59. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 집합 $n([A])$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

집합 $[A]$ 는 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합을 원소로 하는 집합이다.
 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$ (개) 이므로 $n([A]) = 16$ 이다.

60. 집합 $S = \{\emptyset, 0, 1, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $0 \in S$

② $\{0, 2\} \notin S$

③ $\emptyset \subset S$

④ $\{1, 2\} \in S$

⑤ $\{\emptyset\} \in S$

해설

집합 S 의 원소는 $\emptyset, 0, 1, \{1, 2\}$ 이다.
 ① $0 \in S \rightarrow 0$ 은 집합 S 의 원소이므로 옳다.
 ② $\{0, 2\} \notin S \rightarrow 2$ 는 집합 S 의 원소가 아니므로 0 과 2 로 이루어진 집합은 S 의 부분집합이 될 수 없다. 따라서 $\{0, 2\} \notin S$ 는 옳다.
 ③ $\emptyset \subset S \rightarrow \emptyset$ 는 집합 S 의 원소이지만 공집합 (\emptyset) 는 모든 집합의 부분집합이므로 옳다.
 ④ $\{1, 2\} \in S \rightarrow \{1, 2\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
 ⑤ $\{\emptyset\} \in S \rightarrow \{\emptyset\}$ 은 집합 S 의 원소가 아니므로 옳지 않다.