

약점 보강 1

1. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 2, 하중]

- ① 5의 배수의 모임
- ② 15보다 큰 14의 약수의 모임
- ③ 10보다 큰 홀수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 10보다 조금 작은 수들의 모임

해설

- ① $\{5, 10, 15, \dots\}$
- ② \emptyset
- ③ $\{11, 13, 15, \dots\}$
- ④ $\{1\}$

2. 다음 중 공집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $\{0\}$
- ② \emptyset
- ③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\}$
- ④ $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{\emptyset\}$

해설

- ③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\} = \{2\}$
- ④ 1과 2 사이에는 자연수가 없으므로 $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\} = \emptyset$

3. 다음 중 무한집합을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $\{x|x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 2 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\}$
- ④ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 2000\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 30 \text{보다 작은 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{7, 14, 21, 28, \dots\} \rightarrow$ 무한집합
- ② $\{1, 2\} \rightarrow$ 유한집합
- ③ 무한집합
- ④ 유한집합
- ⑤ $\{5, 10, 15, 20, 25\} \rightarrow$ 유한집합

4. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $\{2, 4, 6, 8, \dots, 998, 1000\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 42 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 50 \text{보다 큰 } 5 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x|2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$
- ⑤ $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$

해설

- ② $\{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$
- ③ $\{55, 60, 65, 70, \dots\}$
- ④ \emptyset

5. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① 우리 반에서 안경을 낀 학생들의 모임
- ② 부산에 사는 중학생들의 모임
- ③ 예쁜 강아지들의 모임
- ④ 영어를 잘하는 학생들의 모임
- ⑤ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임

해설

③에서 예쁜 강아지와 ④에서 영어를 잘하는 학생은 그 기준이 명확하지 않다.

6. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉣ 마른 사람의 모임
- ㉤ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉥ 100 보다 작은 짝수의 모임

[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉣, ㉥
- ⑤ ㉠, ㉢, ㉥

해설

- ㉠ : 11, 13, 15, ...
- ㉡ : 월, 화, 수, ... , 일
- ㉢ : 2, 4, 6, ... , 94, 96, 98
- ㉣, ㉤, ㉥은 기준이 분명하지 않다.

7. 두 집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $B \subset A$
- ② $n(A) = 3$
- ③ $n(B) = \{1, 2, 3, 5\}$
- ④ $n\{B\} + n\{A\} = 6$
- ⑤ $A \not\subset B$

해설

- ① $B \not\subset A$
- ② $n(A) = 2$
- ③ $n(B) = 4$
- ⑤ $A \subset B$

8. 10 보다 작은 홀수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $2 \in A$
- ② $3 \in A$
- ③ $4 \in A$
- ④ $5 \notin A$
- ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 1, 3, 5, 7, 9 이므로 $3 \in A$ 이다.

9. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $0 \in \{0, 1\}$
- ② $3 \in \{2, 5\}$
- ③ $5 \notin \{1, 3, 5, 7\}$
- ④ $\{1\} \in \{1, 5, 9\}$
- ⑤ $12 \in \{1, 2, 9, 18\}$

해설

- ② $3 \notin \{2, 5\}$
- ③ $5 \in \{1, 3, 5, 7\}$
- ④ $\{1\} \subset \{1, 5, 9\}$
- ⑤ $12 \notin \{1, 2, 9, 18\}$

10. $n(A) = 20$, $n(A \cup B) = 48$, $n(A \cap B) = 4$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 32

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$48 = 20 + n(B) - 4$$

$$\therefore n(B) = 32$$

11. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 13$,
 $n(B) = 9$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(A \cup B)$ 는?
 [배점 3, 하상]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 13 + 9 - 5 = 17 \end{aligned}$$

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여
 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일
 때, $A - B^c$ 은? [배점 3, 하상]

- ① $\{1\}$ ② $\{2\}$
 ③ $\{1, 2\}$ ④ $\{1, 2, 5\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 5\}$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $B^c = \{2, 4, 6, 7, 8\}$ 이다.
 따라서 $A - B^c = \{1, 2, 4, 8\} - \{2, 4, 6, 7, 8\} = \{1\}$ 이다.

13. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, e\}$, $B = \{b, c\}$ 에 대하여
 $(A \cup B)^c \subset X$, $(A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합
 X 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$(A \cup B)^c = \{d\}$, $(A - B)^c = \{b, c, d\}$
 $(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{d\} \subset X \subset \{b, c, d\}$ 이다.
 따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

14. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 5\}$ 에 대하여
 $(A \cup B)^c \subset X$, $(A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합
 X 의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$(A \cup B)^c = \{4\}$, $(A - B)^c = \{2, 4, 5\}$
 $(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{4\} \subset X \subset \{2, 4, 5\}$ 이다.
 따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

15. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $A \cap X = X, (A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?
[배점 3, 하상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

16. 3 보다 크고 11 보다 작은 홀수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $3 \in A$ ② $4 \notin A$ ③ $6 \in A$
④ $9 \notin A$ ⑤ $11 \notin A$

해설

- ① $3 \notin A$
③ $6 \notin A$
④ $9 \in A$

17. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하인 홀수}\}$, $B = \{1, a, 3, b, 9\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{1, a, 3, b, 9\}$$

$A = B$ 이므로 $a = 7, b = 5$ 또는 $a = 5, b = 7$ 이다.

$$\therefore 7 + 5 = 12$$

18. 수정이네 반 학생 40 명 중에서 강아지를 키우는 학생은 24 명, 고양이를 키우는 학생은 16 명이고, 고양이만 키우는 학생은 13 명이다. 이 때, 고양이도 강아지도 키우지 않는 학생 수는? [배점 3, 중하]

- ① 3 명 ② 5 명 ③ 7 명
 ④ 9 명 ⑤ 11 명

해설

수정이네 반 학생들의 모임을 전체집합 U , 강아지를 키우는 학생들의 모임을 집합 A , 고양이를 키우는 학생들의 모임을 집합 B 라 하면, 고양이만 키우는 학생들의 모임은 $B - A$ 이고, 고양이도 강아지도 키우지 않는 학생들의 모임은 $A^C \cap B^C$ 이다.

$$\begin{aligned} n(U) &= 40, n(A) = 24, n(B) = 16 \\ n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = 16 - n(A \cap B) = 13 \\ n(A \cap B) &= 3 \\ n(A^C \cap B^C) &= n((A \cup B)^C) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 40 - (24 + 16 - 3) = 3 \end{aligned}$$

19. 다음 중 집합 A, B 사이의 관계가 $A \subset B$ 인 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 } 45 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{의 약수}\}$
 ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 56 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $A = \{1, 2, 4, 8\},$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \Rightarrow A \subset B$
 ② $A = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\},$
 $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{1, 5\}$
 ③ $A = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\},$
 $B = \{15, 30, 45, 60, \dots\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{60, 120, 180, \dots\}$
 ④ $A = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56\},$
 $B = \{7, 14, 21, 28, \dots\} \Rightarrow A \not\subset B$
 ⑤ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$
 $B = \{30, 60, 90, \dots\} \Rightarrow A \cap B = \{30, 60\}$

20. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 2 를 반드시 포함하고 n 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 16 개 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

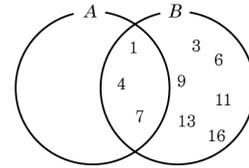
▶ 정답: 7

해설

$$2^{(1, 2, n \text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-3} = 16 = 2^4 \quad \therefore n = 7$$

21. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 13, 16\}$, $A \cap B = \{1, 4, 7\}$ 일 때,

다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?(정답 2 개)



[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 4, 7\}$
- ② $\{1, 2, 4, 5, 7\}$
- ③ $\{1, 3, 4, 7, 9\}$
- ④ $\{1, 4, 5, 7, 8\}$
- ⑤ $\{1, 3, 7, 9, 11\}$

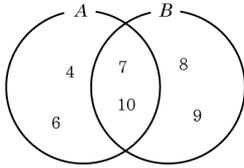
해설

집합 A 는 반드시 $A \cap B = \{1, 4, 7\}$ 을 포함하여야 한다.

그러나 B 집합에만 존재하는 원소 3, 6, 9, 11, 13, 16 은 들어갈 수 없다.

- ③ 3, 9 가 포함되어서 옳지 않다.
- ⑤ 3, 9, 11 이 포함되어서 옳지 않다.

22. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 44

해설

$A \cup B$ 은 A 에 속하거나 B 에 속하는 원소를 합한 집합이다.

그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cup B = \{4, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.

$A \cup B$ 의 원소의 합은 $4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 44$

23. 다음 <보기>의 네 가지 조건으로 확실히 말할 수 있는 것은?

보기

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다.
- 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다.

[배점 4, 중중]

- ① 모든 A 의 원소는 C 의 원소이다.
- ② 모든 C 의 원소는 E 의 원소이다.
- ③ 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다.
- ④ D 와 C 의 관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것이 있다.

해설

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다. $A \subset B$
- 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다. $B \subset C$
- 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다. $D \subset B$
- 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다. $E \subset C$

- ② C 의 원소 중 E 의 원소가 아닌 것도 있다.
- ③ B 의 원소 중 D 의 원소가 아닌 것도 있다.
- ④ D 와 C 의 관계는 $D \subset C$ 이다.
- ⑤ $D \subset B$ 이므로 D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것은 없다.

24. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{12\text{의 약수}\}$, $D = \{x \mid x\text{는 } 3\text{보다 작은 자연수}\}$ 일 때, A, B, C, D 의 관계를 부분집합 기호를 이용해서 나타내어라. [배점 4, 중중]

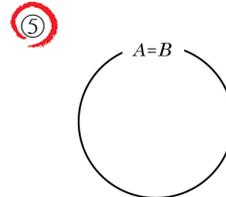
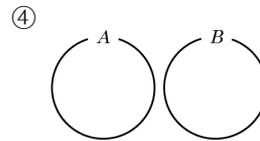
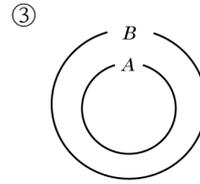
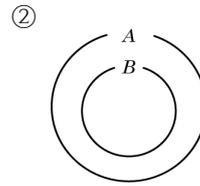
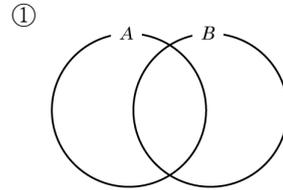
▶ 답:

▷ 정답: $D \subset A \subset B \subset C$

해설

$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $D = \{1, 2\}$ 이므로 $D \subset A \subset B \subset C$ 인 관계가 성립한다.

25. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{5\text{보다 작은 자연수}\}$ 사이의 포함 관계를 벤 다이어그램으로 옳게 나타낸 것은? [배점 4, 중중]



해설

$B = \{5\text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\} = A$

26. $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ ② $10 \in B$ ③ $\emptyset \subset A$
 ④ $2 \subset B$ ⑤ $7 \in B$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\},$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

- ① $B \subset A$
 ④ $2 \in B$
 ⑤ $7 \notin B$

27. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

(단, 소수는 1보다 큰 자연수 중에 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) [배점 4, 중중]

- ① $4 \in A$
 ② $\emptyset \in A$
 ③ $\{3, 7\} \in A$
 ④ $\{x \mid x = 2 \times n, n = 1, 2, 3, 4\} \subset A$
 ⑤ $A \subset \{2, 3, 5, 7\}$

해설

- ① $4 \notin A$
 ② $\emptyset \subset A$
 ③ $\{3, 7\} \subset A$
 ④ $\{2, 4, 6, 8\} \not\subset A$
 ⑤ $A \subset \{2, 3, 5, 7\}$

28. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $d \in A$ ② $a \notin A$ ③ $\emptyset \in A$
 ④ $\{\emptyset\} \subset A$ ⑤ $\{c\} \subset A$

해설

- ① $d \notin A$
 ② $a \in A$
 ③ $\emptyset \subset A$
 ④ \emptyset 이 집합 A 의 원소가 아니므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

29. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중 원소가 2 개인 집합은 a 개이고, 원소가 5 개인 집합은 b 개이다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 42

해설

집합 A 의 원소 2 개를 짝짓는 방법은
 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 6\},$
 $\{1, 7\},$
 $\{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{2, 6\}, \{2, 7\},$
 $\{3, 4\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{3, 7\}$
 $\{4, 5\}, \{4, 6\}, \{4, 7\}$
 $\{5, 6\}, \{5, 7\},$
 $\{6, 7\}$

따라서, 원소가 2 개인 부분집합의 개수는
 $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ (개) 이다.

집합 A 의 부분집합 중 원소가 5 개인 집합은 원소 2 개를 짝짓고 남은 5 개의 원소를 원소로 갖는 집합이므로 원소가 2 개인 부분집합의 개수와 같은 개수의 부분집합이 만들어진다. 즉 21 개가 된다.

$a = 21, b = 21$ 이므로 $a + b = 42$

30. 집합 $A = \{1, 3, 6, 8\}, B = \{1, 3, 5, 8\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \cup X = X, (A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 16 개 ② 8 개 ③ 4 개
- ④ 2 개 ⑤ 1 개

해설

$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$

$(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$

$\therefore \{1, 3, 8\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 6, 8\}$

집합 X 는 원소 1, 3, 8 을 반드시 포함하는 집합 $\{1, 3, 5, 6, 8\}$ 의 부분집합이다.

$\therefore 2^{5-3} = 2^2 = 4$ (개)

31. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 두 조건을 만족시키는 집합 X 는 모두 몇 개인가?

- (1) $(A \cap B) \cup X = X$
 (2) $(A \cup B) \cap X = X$

[배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

(1)과 (2)에서 $(A \cap B) \subset X$, $X \subset (A \cup B)$ 이므로
 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$
 $\therefore \{4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 따라서 집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합
 중 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 부분집합이다.
 \therefore (집합 X 의 개수) = $2^4 = 16$ (개)

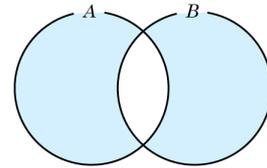
32. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $(A \cap B^C) \cup (B - A) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳은 것
 은? [배점 4, 중중]

- ① $A - B = B$ ② $A^C \cap B^C = \emptyset$
 ③ $A = B$ ④ $A^C = \emptyset$
 ⑤ $A \cup B^C = \emptyset$

해설

$(A \cap B^C) \cup (B - A) = (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$
 이므로 $A - B = \emptyset$, $B - A = \emptyset$ 이다.
 따라서 $A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

33. 두 집합 $A = \{2, 3, 8, 9, 14, 16, 18\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 원소의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때 $a + b$ 를 구하여라.



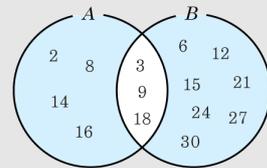
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$ 이다.
 벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는
 $\{2, 6, 8, 12, 14, 15, 16, 21, 24, 27, 30\}$ 이고,
 최댓값 $a = 30$, 최솟값 $b = 2$ 이다.
 따라서 $a + b$ 의 값은 32 이다.

38. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B^c$ 은?
[배점 4, 중중]

- ① {1} ② {2}
③ {1, 2} ④ {1, 2, 5}
⑤ {1, 2, 5, 10}

해설

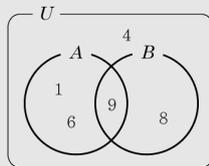
$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로
 $B^c = \{1, 5, 10\}$ 이다.
따라서 $A - B^c = \{2\}$ 이다.

39. 전체집합 $U = \{1, 4, 6, 8, 9\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{1, 6\}$, $B - A = \{8\}$, $A^c \cap B^c = \{4\}$ 일 때, 집합 B^c 은?
[배점 4, 중중]

- ① {1, 2} ② {1, 4} ③ {1, 6}
④ {1, 4, 6} ⑤ {1, 6, 8}

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B^c = \{1, 4, 6\}$ 이다.



40. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3\}$, $B - A = \{5\}$, $A^c \cap B^c = \{7, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?
[배점 4, 중중]

- ① {1} ② {3} ③ {1, 3}
④ {1, 3, 5} ⑤ {1, 5}

해설

$A - B = \{3\}$, $B - A = \{5\}$, $A^c \cap B^c = \{7, 9\}$
이므로 $A \cap B = \{1\}$ 이다.

41. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{미만의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 8\}$, $B = \{4, 8, 10\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - A$ 는?
[배점 4, 중중]

- ① {4} ② {8} ③ {4, 8}
④ {4, 10} ⑤ {10}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 이므로 $(A \cup B) - A = \{2, 4, 8, 10\} - \{2, 4, 8\} = \{10\}$ 이다.

42. 두 집합 $A = \{1, a, a+2\}$, $B = \{3, a-2, 2 \times a\}$ 에 대하여 $A - B = \{5\}$ 일 때, a 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a - b = \{5\}$ 이므로 $5 \in A$ 이다.

(1) $a = 5$ 일 때, $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{3, 10\}$ 이므로 $A - B = \{1, 5, 7\} \neq \{5\}$ 이다.

(2) $a + 2 = 5$, 즉 $a = 3$ 일 때, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$ 이므로 $A - B = \{5\}$ 이다.

(1), (2) 에서 $a = 3$ 이다.

43. 두 집합 $A = \{5, 7, a+3\}$, $B = \{9, a+5, 2 \times a+2, 16\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{9\}$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{5, 7, 9\}$ ② $\{5, 7, 11\}$
 ③ $\{5, 7, 11, 14\}$ ④ $\{5, 7, 11, 13, 16\}$
 ⑤ $\{5, 7, 11, 14, 16\}$

해설

$A \cap B = \{9\}$ 이므로 $a + 3 = 9, a = 6$ 이다.

따라서 $A = \{5, 7, 9\}$, $B = \{9, 11, 14, 16\}$ 이므로 $(A - B) \cup (B - A) = \{5, 7\} \cup \{11, 14, 16\} = \{5, 7, 11, 14, 16\}$ 이다.

44. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 옳지 않은 것은? (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset, U$ 는 전체집합)

[배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = A$ ② $A \cap B = A \cup B$
 ③ $n(A \cup B) = n(B)$ ④ $n(A) = n(A \cap B)$
 ⑤ $A \cup B = A - B$

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로

$A \cup B = A = B = A \cap B, A - B = \phi$

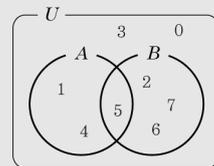
45. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$, $(A \cup B)^c = \{0, 3\}$, $A - B = \{1, 4\}$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$B - A = \{2, 6, 7\}$ 이므로 $n(B - A) = 3$

46. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $n-1$ 과, n 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 64 일 때, n 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로
 $2^{n-2} = 64 = 2^6$ 이다.
 $\therefore n - 2 = 6, n = 8$

47. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 5 를 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값은?

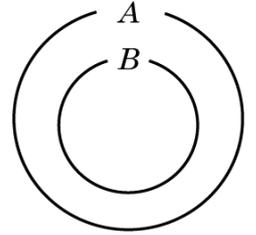
[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

집합 A 의 원소의 개수는 n 개이므로 원소 2, 5 를 포함하는 부분집합의 개수는
 $2^{n-2} = 32 = 2^5 \quad \therefore n = 7$

48. 두 집합 A, B 사이의 관계가 다음 벤 다이어그램과 같고, 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 수를 모두 고르면?



[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$
 $\{4, 8, 12, \dots\} \subset A$
 $\{8, 16, 24, \dots\} \subset A$
 $\{10, 20, 30, \dots\} \subset A$
 따라서 ①, ③이다.

49. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A + B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A + B)$ 를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$
 $1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 1 + 3 = 4, 1 + 6 = 7$
 $2 + 1 = 3, 2 + 2 = 4, 2 + 3 = 5, 2 + 6 = 8$
 $3 + 1 = 4, 3 + 2 = 5, 3 + 3 = 6, 3 + 6 = 9$
 $4 + 1 = 5, 4 + 2 = 6, 4 + 3 = 7, 4 + 6 = 10$
 이므로
 $A + B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $\therefore n(A + B) = 9$

50. 다음 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}\}$, $B = \{4, 8, 12\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 2\text{의 배수}\}$ 사이의 포함 관계를 기호로 나타낸 것을 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $B \subset C \subset A$
 ⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$A = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$
 $B = \{4, 8, 12\}$
 $C = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$
 $\therefore B \subset A \subset C$

51. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① 우리 반에서 똑똑한 학생의 모임
 ② 10 이하의 자연수 중에서 1 보다 작은 수의 모임
 ③ 대한민국에서 가장 큰 사람의 모임
 ④ 100 이하의 수 중에서 50 에 가까운 수의 모임
 ⑤ 세계에서 성공한 사람들의 모임

해설

주어진 조건에 알맞은 대상을 분명하게 구별할 수 있어야 하므로 ②, ③번만 집합이다.

52. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, 자연수 n 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 1, 3, 5 를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-3} 개이다.

$$2^{n-3} = 32, \quad 2^{n-2} = 2^5$$

$$n - 2 = 5 \text{ 이므로 } n = 7$$

53. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20$, $n(B) = 16$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A - B) - n(B - A)$ 는? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 16 - 29 = 7$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 7 = 13$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - 7 = 9$$

$$\therefore n(A - B) - n(B - A) = 13 - 9 = 4$$

54. 두 집합 $A = \{0, a+1, b\}$, $B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}$, $A \cap B = \{3\}$ 일 때 $a - b$ 는?
 [배점 5, 중상]

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

$A = \{0, a+1, b\}$, $B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}$, $A \cap B = \{3\}$ 이므로 A 에는 있고 B 에는 없는 원소는 0 과 1 이며 두 집합에 모두 있는 원소는 3 이다.

따라서 $a+1 = 3$ 또는 $b = 3$ 임을 알 수 있다.

1) $a+1 = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 2$, $b = 1$ 이므로 $B = \{2, 1, 3\}$ 이 되어 $A \cap B = \{3\}$ 에 부적합.

2) $b = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 0$, $b = 3$ 이므로 $B = \{-3, 3, 6\}$ 조건에 합치.

$\therefore a - b = -3$

55. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 17 \text{미만의 소수}\}$ 일 때, $n((A \cup B) - (A \cap B))$ 를 구하면?
 [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$

$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

$A \cap B = \{2\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11, 13, 16\}$

$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 3, 4, 5, 7, 8, 11, 13, 16\}$

$\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 9$

56. $n(U) = 50$ 인 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 32$, $n(B) = 44$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 최대값과 최소값을 각각 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 최대값은 32

▷ 정답: 최소값은 26

해설

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 76 - n(A \cup B)$,

$n(A \cup B)$ 의 최대값은 50, 최소값은 44 이므로

$n(A \cap B)$ 의 최대값은 $76 - 44 = 32$, 최소값은 $76 - 50 = 26$

57. $U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 A, B, C 가 있다. 이진법으로 나타냈을 때 일의 자리가 1 인 자연수의 집합을 A , 이진법으로 나타냈을 때 2^1 자리가 1 인 자연수의 집합을 B , 이진법으로 나타냈을 때 2^2 자리가 1 인 자연수의 집합을 C 라고 할 때, $n((A \cap B) - C)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 를 이진법의 원소 나열법으로 나타내면

$U = \{ 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111, 10000, 10001, 10010, 10011, 10100 \}$ 이다.

따라서,

$A = \{1, 11, 101, 111, 1001, 1011, 1101, 1111, 10001, 10011\}$,

$B = \{10, 11, 110, 111, 1010, 1011, 1110, 1111, 10010, 10011\}$,

$C = \{100, 101, 110, 111, 1100, 1101, 1110, 1111, 10100\}$,

$A \cap B = \{11, 111, 1011, 1111, 10011\}$,

$(A \cap B) - C = \{11, 1011, 10011\}$,

$\therefore n((A \cap B) - C) = 3$

58. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c \cap X^c = \{8\}$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 16 개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 이고,

$A^c \cap B^c \cap X^c = (A \cup B)^c - X$

$(A \cup B)^c = \{7, 8\}$ 이므로 X 는 반드시 7 을 원소로 가져야 한다.

또, $A - B = \{1, 2, 3\}$ 이고, $(A - B) \cup X = X \Rightarrow A - B \subset X$ 이므로

X 는 반드시 1, 2, 3 을 원소로 가져야 한다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

59. 집합 $S = \{x \mid x < 9, x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 12 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 7개

해설

$A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 12 - x \in A\}$ 라는 조건을 보면,
 집합 A 는 더해서 12가 되는 두 개의 자연수를 원소로 가진다.
 9보다 작은 수 중에 더해서 12가 되는 수의 쌍은 (4, 8), (5, 7), (6, 6)이다.
 따라서 집합 A 가 될 수 있는 집합은 {6}, {4, 8}, {5, 7}, {4, 6, 8}, {5, 6, 7}, {4, 5, 7, 8}, {4, 5, 6, 7, 8}로 7개이다.

60. 집합 $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가질 때,
 집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4이다.
 조건을 이용하면 1과 4, 2와 3은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로
 집합 A 는 {1, 4}, {2, 3}, {1, 2, 3, 4}의 3개의 경우가 가능하다.