문제 풀이 과제

1. 정의역이 $\{x \mid -1 \le x \le 2\}$ 인 함수가 $f(x) = -2x$ 로 정의될 때, 치역은? [배점 3, 하상]

① $\{y \mid -4 \le y \le -2\}$ ② $\{y \mid -4 < y \le 2\}$

③ $\{y \mid -4 \le y \le 2\}$ ④ $\{y \mid -4 \le y < 2\}$

⑤ $\{y \mid 4 \le y \le 2\}$

해설

$f(-1) = 2,\ f(2) = -4$ 이므로 치역은 $\{y \mid -4 \le x \le 2\}$ 이다.

2. $y = -\frac{2}{3}x$ 의 그래프 위에 있는 점의 좌표는 어느 것인가? [배점 4, 중중]

① $(3,\ -4)$ ② $(4,\ -3)$

③ $\left(\frac{3}{4},\ 2\right)$ ④ $\left(-\frac{1}{2},\ 3\right)$

⑤ $\left(-\frac{3}{4},\ \frac{1}{2}\right)$

해설

함수식 $y = -\frac{2}{3}x$에 각 점의 좌표를 대입하면

① $(3,\ -2)$

② $\left(4,\ -\frac{8}{3}\right)$

③ $\left(\frac{3}{4},\ -\frac{1}{2}\right)$

④ $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{3}\right)$

3. 함수 $f(x) = (x$의 약수의 개수$)$ 의 정의역이 $X = \{6,\ 16,\ a\}$ 이고, 공역이 $Y = \{3,\ 4,\ 5\ \}$ 일 때, 다음 중 a 값으로 적당하지 <u>않은</u> 것은? [배점 4, 중중]

① 4 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$x = 6$ 일 때 $f(6) = 4$

$x = 16$ 일 때 $f(16) = 5$

$x = a$ 일 때 $f(a) = 3$ 또는 4 또는 5

즉, a 의 약수의 개수는 3 개 또는 4 개 또는 5 개이다.

$f(4) = 3$

$f(8) = 4$

$f(10) = 4$

$f(14) = 4$

따라서 12 의 약수의 개수는 6 개이므로, a 가 될 수 없다.

4. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$ 일 때, 다음 X 의 원소 x 와 Y 의 원소 y 사이의 관계식 중 함수가 되는 것은? [배점 4, 중중]

① $y=2x+1$ ② $y=\frac{2}{x}$

③ $y=2x$ ④ $y=\frac{1}{3}x$

⑤ $y=\frac{4}{x}$

해설

① $x=4$ 일 때 $y=9$, $9\notin Y$

② $x=3$ 일 때 $y=\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}\notin Y$

④ $x=1$ 일 때 $y=\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}\notin Y$

⑤ $x=3$ 일 때 $y=\frac{4}{3}$, $\frac{4}{3}\notin Y$

5. 두 함수 $f(x)=2x-2$, $g(x)=\frac{x}{2}+2$ 에 대하여 $f(10)-2g(4)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(10)=2\times 10-2=18$, $g(4)=\frac{4}{2}+2=4$

$\therefore\ f(10)-2g(4)=18-2\times 4=10$

6. y 가 x 에 반비례하는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 두 점 $(2,\ 6)$, $(-4,\ -3)$ 을 지날 때, 이 함수의 식을 $f(x)=\frac{a}{x}$ 라고 하면 a 의 값은? [배점 4, 중중]

① 6 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$f(x)=\frac{a}{x}$ 에서

$f(2)=\frac{a}{2}=6$

$\therefore a=12$

7. 점 $(4,\ \frac{7}{2})$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 두 함수 $y=\frac{7}{4}x$, $y=-\frac{3}{4}x$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\triangle$PQO 의 넓이를 구하여라.(단,O는 원점)

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

점 $(4,\ \frac{7}{2})$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선의 방정식은 $x=4$

$x=4$ 이 두 직선 $y=\frac{7}{4}x$, $y=-\frac{3}{4}x$가 만나는 점

→ 각 함수식에 $x=4$ 대입한다.

$y=\frac{7}{4}\times 4\ \therefore y=7\quad ,\mathrm{P}(4,7)$

$y=-\frac{3}{4}\times 4\ \therefore y=-3\quad ,\mathrm{Q}(4,-3)$

$\triangle$PQO 의 점의 좌표는 $(4,7)$, $(4,-3)$, $(0,0)$

$\triangle$PQO 의 넓이는 $\frac{1}{2}\{7-(-3)\}\times 4=20$

8. 직선 $y = \frac{7}{4}x,\ y = -\frac{7}{5}x$, $y = -7$ 에 대하여 서로 만나는 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{63}{2}$

해설

$y = -7$ 이 두 직선 $y = \frac{7}{4}x,\ y = -\frac{7}{5}x$ 와 만나는 점 → 각 함수식에 $y = -7$ 대입한다.

$-7 = \frac{7}{4}x \ \therefore x = -4$

따라서교점의좌표는$(-4, -7)$

$-7 = -\frac{7}{5}x \ \therefore x = 5$

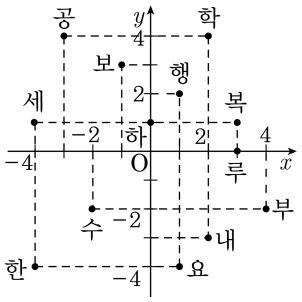
따라서교점의좌표는$(5, -7)$

서로 만나는 꼭짓점의 좌표는

$(-4, -7),\ (5, -7),\ (0, 0)$

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\{5 - (-4)\} \times 7 = \frac{63}{2}$

9. 다음 좌표평면을 보고 다음 좌표가 나타내는 말을 찾아 써라.



$(1,\ 2) \to (3,\ 1) \to (-4,\ -4) \to (0,\ 1) \to (3, 0) \to (-1,\ 3) \to (2,\ -3) \to (-4,\ 1) \to (1,\ -4)$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 행복한하루보내세요

해설

$(1,\ 2)$ 행

$(3,\ 1)$ 복

$(-4,\ -4)$ 한

$(0,\ 1)$ 하

$(3, 0)$ 루

$(-1,\ 3)$ 보

$(2,\ -3)$ 내

$(-4,\ 1)$ 세

$(1,\ -4)$ 요

∴ 좌표가 나타내는 말은 '행복한하루보내세요'

10. 100 L 들이 물통에 매분 x L 씩 물을 가득 채울 때, 걸린 시간이 y 분이다. x, y 가 자연수라고 할 때, $x+y$ 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$(x,y)=(100,1),(50,2),(25,4),(20,5),(10,10)\cdots$

따라서 $x+y$ 의 최솟값은 $x=10, y=10$ 일 때, 20 이다.

11. $X=\{4,5,6\}, Y=\{4,5,6\}$ 일 때, 다음 보기에서 X 에서 Y 로의 다음 관계 중에서 y 가 x 의 함수인 것의 개수는?

보기

㉠ $x+y=$ (5의 배수)

㉡ $2x=y$

㉢ $xy=$ 홀수

㉣ $y=$ (x의 배수)

㉤ $y=$ (x보다 큰 자연수)

[배점 5, 상하]

① 1 개 ② 2개 ③ 3개

④ 4개 ⑤ 5개

해설

두 변수 x, y 에 대해 x 값이 하나로 결정됨에 따라 y 값도 결정될 때 함수라 한다.

즉, x 값 하나에 y 값도 하나로 결정되어야 한다.

㉠ $x=4$ 일 때 $y=6$, $x=5$ 일 때 $y=5$, $x=6$ 일 때 $y=4$ 이므로 함수이다.

㉡ $x=4$ 일 때 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

㉢ $x=4$ 일 때 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

㉣ $x=4$ 일 때 $y=4$, $x=5$ 일 때 $y=5$, $x=6$ 일 때 $y=6$ 이므로 함수이다.

㉤ $x=4$ 일 때 y 의 값이 5, 6 두 개이므로 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ㉠, ㉣ 2 개다.

12. x 축 위에 있고, x 좌표가 5 인 점의 좌표를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : (5, 0)

해설

x 축 위에 있으면 y 좌표가 0 이므로,
x 좌표가 5 이고 y 좌표가 0 인 점의 좌표를 찾으면 (5, 0) 이다.

13. 원점 O 를 지나는 함수 $y = -\frac{4}{5}x$ 의 그래프 위의 점 P(−5, 4) 에서 y 축에 내린 수선의 발이 Q(0, 4) 이다. 이 때, △ PQO 의 넓이는?. [배점 5, 상하]

① 20 ② 15 ③ 10 ④ 8 ⑤ 4

해설

세 점 $P(-5,4), Q(0,4), O(0,0)$ 을 꼭짓점으로 하는 △PQO 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$

14. 두 함수 $f(x) = 4x - 3$, $g(x) = \frac{x}{2} + 5$ 에 대하여 $2f(2) - g(6)$ 의 값은? [배점 6, 상중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

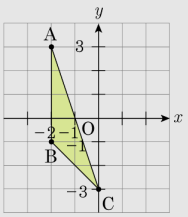
$f(2) = 4 \times 2 - 3 = 5$
$g(6) = \frac{6}{2} + 5 = 8$
$\therefore\ 2f(2) - g(6) = 2 \times 5 - 8 = 2$ 이다.

15. 세 점 A(−2, 3) , B(−2, −1) , C(0, −3) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설



삼각형 ABC 는 밑변 $(\overline{AB})$ 의 길이가 4,
높이가 2 이다.
(삼각형 ABC 의 넓이)$= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$