

# 실력 확인 문제

1. 연속하는 두 홀수의 곱이 35 일 때, 이 두 수의 합을 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 9    ② 12    ③ 15    ④ 18    ⑤ 21

### 해설

두 수를  $x, x+2$  라 하면 ( $x$  는 홀수)

$$x(x+2) = 35,$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$(x-5)(x+7) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = -7$$

$$x = 5(x > 0) \text{ 이므로}$$

따라서 두 수는 5, 7 이다.

2. 연속하는 두 홀수의 곱이 35 일 때, 이 두 수의 합을 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 9    ② 12    ③ 15    ④ 18    ⑤ 21

### 해설

두 수를  $x, x+2$  라 하면 ( $x$  는 홀수)

$$x(x+2) = 35,$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$(x-5)(x+7) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = -7$$

$$x = 5(x > 0) \text{ 이므로}$$

따라서 두 수는 5, 7 이다.

3. 연속한 두 홀수의 제곱의 합이 34 일 때, 두 홀수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 5

### 해설

연속한 두 홀수를  $x, x+2$  라고 하면

$$(x+2)^2 + x^2 = 34$$

$$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 34 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x+5)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 연속한 두 홀수는  $x = 3$  일 때이므로 두 홀수는 3, 5 이다.

4. 이차방정식  $5x^2 - x - 1 = 0$  의 근이  $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{10}$  라고 할 때,  $A+B$  의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 22

### 해설

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{10}$$

$$A = 1, B = 21 \quad \therefore A + B = 22$$

5. 이차방정식  $x^2 - 2x - 1 = 0$  의 두 근의 합이  $x^2 - 4x + k = 0$  의 한 근일 때, 상수  $k$  의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① -12      ② -4      ③ 2  
 ④ 4      ⑤ 12

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$  의 두 근의 합은 2  
 이므로  $x = 2$  를  $x^2 - 4x + k = 0$   
 에 대입하면,  
 $\therefore k = 4$

6. 이차방정식  $(2x - 1)^2 = 3$  의 두 근의 합을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

주어진 식을 정리하면  
 $4x^2 - 4x - 2 = 0$   
 $\alpha + \beta = -\left(-\frac{4}{4}\right) = 1$

7. 이차방정식  $-2x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = 0$  을 풀면?

[배점 3, 하상]

- ①  $x = -3$  또는  $x = 2$   
 ②  $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$   
 ③  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$   
 ④  $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$   
 ⑤  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변에 -3을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

8. 어떤 자연수에 3를 더하여 제공한 수는 이 수를 제공하여 3배한 것보다 11작다고 한다. 어떤 자연수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

어떤 자연수를  $x$ 라고 하면  
 $(x + 3)^2 = 3x^2 - 11$   
 $x^2 + 6x + 9 - 3x^2 + 11 = 0$   
 $2x^2 - 6x - 20 = 0$   
 $(x + 2)(x - 5) = 0$   
 $x$  는 자연수이므로  $x = 5$  이다.

9. 연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 85 일 때, 두 자연수 중 작은 수는? [배점 3, 중하]

- ① 8    ② 7    ③ 6    ④ 5    ⑤ 4

**해설**

두 자연수를  $x, x+1$  이라고 하면

$$x^2 + (x+1)^2 = 85$$

$$2x^2 + 2x - 84 = 0$$

$$x^2 + x - 42 = 0$$

$x$ 는 자연수이므로  $x = 6$

∴ 연속하는 두 자연수는 6, 7

10. 이차방정식  $6x^2 + ax + b = 0$  의 두 근이 1, -2 일 때,  $a - b$  의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -18    ② -6    ③ 6  
④ 18    ⑤ 24

**해설**

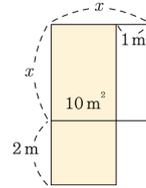
근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

∴  $a - b = 18$

11. 정사각형 모양의 꽃밭을 가로는 1m 줄이고, 세로는 2m 늘였더니 넓이가  $10\text{m}^2$  가 되었다. 처음 꽃밭의 한 변의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3m

**해설**

꽃밭의 한 변의 길이를  $x\text{m}$  라 하면

$$(x-1)(x+2) = 10$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x+4)(x-3) = 0$$

$$x = -4 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore x = 3 (\because x > 0)$$

12. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합보다 3만큼 더 작을 때, 이 세 자연수의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

연속하는 세 자연수를  $x-1, x, x+1$  이라 하면  
 $(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2 + 3$   
 $x^2 - 4x + 3 = 0$   
 $(x-3)(x-1) = 0$   
 $x-1, x, x+1$ 은 자연수이므로  $x = 3$   
 $\therefore 2 + 3 + 4 = 9$

13. 이차방정식  $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$  의 한 근을  $a$ , 이차방정식  $3x^2 + 6x - 3 = 0$  의 한 근을  $b$  라 할 때,  $(2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5)$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -42

해설

$x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$  의 양변에 2를 곱하면  
 $2x^2 - 5x = -2$   
 $x = a$  를 대입하면  $2a^2 - 5 - 2$   
 $3x^2 + 6x - 3 = 0$  에서  
 $x^2 + 2x - 1 = 0$   
 $2x^2 + 4x = 2$   
여기에  $x = b$  를 대입하면  $2b^2 + 4b = 2$   
 $\therefore (2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5) = (-2 - 4)(2 + 5) = -42$

14. 이차방정식  $x^2 + ax + 6 = 0$  의 한 근이 3이고 다른 한 근이 이차방정식  $5x^2 - x + b = 0$  의 한 근일 때,  $a - b$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 13

해설

$x^2 + ax + 6 = 0$  에  $x = 3$  을 대입하면  $a = -5$  이다.  
 $x^2 - 5x + 6 = 0, (x-2)(x-3) = 0$  이므로 다른 한 근은  $x = 2$  이다.  
 $5x^2 - x + b = 0$  에  $x = 2$  를 대입하면  $b = -18$   
 $\therefore a - b = -5 - (-18) = 13$

15. 면으로부터 50m 되는 높이에서 던져올린 물체의  $t$  초 후의 높이를  $h$  라고 할 때,  $t$  와  $h$  사이에는  $h = -5t^2 + 15t + 50$  인 관계가 성립한다. 이 물체는 몇 초 후에 땅에 떨어지는가? [배점 4, 중중]

- ① 2 초                      ② 3 초                      ③ 4 초  
 ④ 5 초                      ⑤ 7 초

해설

$-5t^2 + 15t + 50 = 0 \rightarrow t^2 - 3t - 10 = 0$   
 $\rightarrow (t-5)(t+2) = 0 \rightarrow t = -2, 5$  이므로 따라서  $t = 5(t > 0)$  이다.

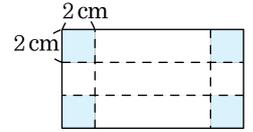
16. 이차 방정식  $x^2 - 3x - 5 = 0$  의 두 근의 합과 곱이 이차방정식  $2x^2 + ax + b = 0$  의 해일 때,  $b - a$  의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -36      ② -34      ③ -26  
 ④ 24      ⑤ 30

해설

$$\begin{aligned} &x^2 - 3x - 5 = 0 \text{ 에서} \\ &\text{두 근의 합} : 3, \text{ 두 근의 곱} : -5 \\ &2(x - 3)(x + 5) \\ &= 2(x^2 + 2x - 15) = 2x^2 + 4x - 30 \\ &a = 4, b = -30 \therefore b - a = -34 \end{aligned}$$

17. 가로가 세로보다 5cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 그림과 같이 한 변이 2cm 인 정사각형을 잘라 부피가  $28 \text{ cm}^3$  인 상자를 만들었다. 처음 직사각형 모양의 종이의 넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]



▶ 답:

▷ 정답:  $66 \text{ cm}^2$

해설

세로의 길이 :  $x \text{ cm}$ , 가로의 길이 :  $x + 5 \text{ cm}$  라고 하면,

$$\begin{aligned} &2(x - 4)(x + 5 - 4) = 28 \\ &2x^2 - 6x - 8 - 28 = 0 \\ &x^2 - 3x - 18 = 0 \\ &(x - 6)(x + 3) = 0, x = 6 \\ &\text{따라서 처음 직사각형의 넓이는 } x(x + 5) = 6(6 + 5) = 66(\text{cm}^2) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

18. 선물 가게에 원가가 1000원인 물건이 있다. 원가의  $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인 기간에 정가의  $2a\%$ 를 할인하여 팔았더니 120원의 손해를 보았다. 이 때,  $a$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

원가 : 1000원

정가 :  $1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$  원

$$1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \left(1 - \frac{2a}{100}\right) + 120 = 1000$$

$$-10a - \frac{1}{5}a^2 + 1000 + 120 = 1000$$

$$a^2 + 50a - 600 = 0$$

$$(a + 60)(a - 10) = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 10$$

19. 세 변의 길이가  $a, b, c$ 인 삼각형 ABC에 대하여  $x$ 에 관한 이차식  $3x^2 + 2ax + 2bx + 2cx + ab + bc + ca$ 가 완전제곱식일 때, 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 정삼각형

해설

$3x^2 + 2(a + b + c)x + ab + bc + ca$ 이 완전제곱식

이므로

$$\frac{D}{4} = (a + b + c)^2 - 3(ab + bc + ca) = 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

양변에 2를 곱하면

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0$$

$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) +$$

$$(c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서 삼각형 ABC의 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이다.

20. 이차방정식  $x^2 + 5x - 3 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라고 할 때, 이차방정식  $x^2 + 2bx - c = 0$  의 근은  $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$  이다. 이 때,  $b + c$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 142

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = -3$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= (-5)^2 + 6 = 31$$

$x^2 + 2bx - c = 0$  의 근이  $-5, 31$  이므로

$$-2b = -5 + 31 = 26, b = -13$$

$$-c = -5 \times 31 = -155, c = 155$$

$$\therefore b + c = -13 + 155 = 142$$

21. 이차방정식  $3x^2 - 6x - 12 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$  의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

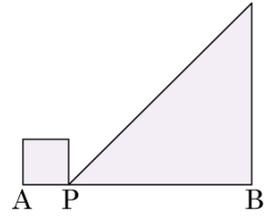
해설

$$\alpha + \beta = -\frac{-6}{3} = 2, \alpha\beta = \frac{-12}{3} = -4$$

$$\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta$$

$$= 4 + 4 = 8$$

22. 길이가 6 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변 삼각형을 만들어 넓이의 합이  $18 \text{ cm}^2$  가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라.



(단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4 cm

해설

선분 AP 의 길이를  $x \text{ cm}$  라고 하면

(정사각형의 넓이)  $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이)  $= \frac{1}{2}(6 - x)^2$

$$x^2 + \frac{1}{2}(6 - x)^2 = 18$$

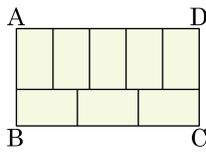
$$\frac{3}{2}x^2 - 6x + 18 - 18 = 0$$

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$3x(x - 4) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로  $x = 4(\text{cm})$

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 8개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD 의 넓이가  $480\text{cm}^2$  일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 92 cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 :  $\frac{480}{8} = 60 (\text{cm}^2)$   
 작은 직사각형의 짧은 변의 길이를  $x$  라고 하면 긴 변의 길이는  $\frac{5}{3}x$  이다.  
 $\frac{5}{3}x \times x = 60, x^2 = 36, x = 6 (\text{cm})$   
 $\overline{AD} = 5x, \overline{AB} = \frac{5}{3}x + x = \frac{8}{3}x$   
 따라서 둘레의 길이는  $(5x + \frac{8}{3}x) \times 2 = \frac{46}{3}x = 92 (\text{cm})$  이다.

24.  $\alpha, \beta$  는 이차방정식  $x^2 + x - 1 = 0$  의 두 근이다.  $S_n = \alpha^n + \beta^n$  이라고 할 때,  $S_4 + S_5 + S_6$  의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$\alpha, \beta$  는  $x^2 + x - 1 = 0$  의 근이므로

$$\alpha^2 + \alpha - 1 = 0, \alpha^2 + \alpha = 1$$

$$\beta^2 + \beta - 1 = 0, \beta^2 + \beta = 1$$

$$S_4 + S_5 + S_6$$

$$= \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^5 + \beta^5 + \alpha^6 + \beta^6$$

$$= \alpha^4(1 + \alpha + \alpha^2) + \beta^4(1 + \beta + \beta^2)$$

$$= \alpha^4(1 + 1) + \beta^4(1 + 1)$$

$$= 2(\alpha^4 + \beta^4)$$

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -1 \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (-1)^2 - 2 \times (-1) = 3$$

$$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

$$= 3^2 - 2 \times (-1)^2$$

$$= 9 - 2 = 7$$

$$\therefore 2(\alpha^4 + \beta^4) = 2 \times 7 = 14$$

25. 이차방정식  $4x^2 + 8x + 5 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라고 할 때, 이차방정식  $x^2 + bx + c = 0$  의 근은  $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$  이다. 이 때,  $b + c$  의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{5}{2}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-2)^2 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$x^2 + bx + c = 0$  의 근이  $-2, \frac{3}{2}$  이므로

$$-b = -2 + \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$c = -2 \times \frac{3}{2} = -3$$

$$\therefore b + c = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$