

문제 풀이 과제

1. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = a \\ 6x - 3y = 9 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때,
a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

두 방정식의 미지수의 계수와 상수항이 각각 같을 때 해가 무수히 많다.

따라서 $\begin{cases} 2x - y = a & \dots \textcircled{1} \\ 6x - 3y = 9 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \quad 3 \times \textcircled{1} = 6x - 3y = 3a$
이므로 $3a = 9, a = 3$ 일 때, 해가 무수히 많다.

2. 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은? [배점 2, 하중]

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases} & \textcircled{2} \begin{cases} 3x - y = 1 \\ 6x = 2y + 2 \end{cases} \\ \textcircled{3} \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} & \textcircled{4} \begin{cases} x = y + 3 \\ 2x - 2y = 5 \end{cases} \\ \textcircled{5} \begin{cases} x + y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} & \end{array}$$

해설

두 방정식의 미지수의 계수는 각각 같고 상수항이 다를 때 해가 없다.

따라서 $\textcircled{4} \begin{cases} x = y + 3 & \dots \textcircled{1} \\ 2x - 2y = 5 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \quad 2 \times \textcircled{1} \text{ 는 } \textcircled{2} \text{ 와}$
상수항만 다르므로 해가 없다.

- ① 해가 무수히 많다.
- ② 해가 무수히 많다.
- ③ 1쌍의 해가 있다.
- ⑤ 1쌍의 해가 있다.

3. 다음 연립방정식 중 해가 무수히 많은 것은? [배점 2, 하중]

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases} & \textcircled{2} \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x = 2y - 2 \end{cases} \\ \textcircled{3} \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases} & \textcircled{4} \begin{cases} x = y + 2 \\ 3x - 3y = 4 \end{cases} \\ \textcircled{5} \begin{cases} 6x - 2y = 4 \\ 3x - y = -2 \end{cases} & \end{array}$$

해설

두 방정식의 미지수의 계수와 상수항이 각각 같을 때 해가 무수히 많다.

따라서

$\textcircled{1} \begin{cases} x - y = 3 & \dots \textcircled{1} \\ 2x - 2y = 6 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \quad 2 \times \textcircled{1} = \textcircled{2} \text{ 이므로 해가}$
무수히 많다.

- ② 해가 없다.
- ③ 1쌍의 해가 있다.
- ④ 해가 없다.
- ⑤ 해가 없다.

4. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$ 의 해가 연립방정식

$\begin{cases} (a+1)x - 2y = 6 \\ 2x - by = 4 \end{cases}$ 를 만족시킬 때 $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$ 를 연립하면 $x = 5, y = 2$ 가 나온다. $x = 5, y = 2$ 를 나머지 식에 대입을 하면 $a = 1, b = 3$ 이 나온다. 따라서 $a + b = 4$ 이다.

5. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = 0 \\ bx + ay = 3 \end{cases}$ 에서 잘못하여 a, b 를 바꾸어 놓고 풀었더니 $x = 1, y = 2$ 가 되었다. 이때, a, b 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① $a = 2, b = -1$ ② $a = 1, b = -2$
 ③ $a = -1, b = 2$ ④ $a = -2, b = 1$
 ⑤ $a = -2, b = -1$

해설

주어진 식에서 a, b 를 바꾸고,
 $\begin{cases} bx + ay = 0 & \dots\dots ① \\ ax + by = 3 & \dots\dots ② \end{cases}$ 에 $x = 1, y = 2$ 를 대입하여 연립하여 풀면
 $-3b = -6 \quad \therefore b = 2, a = -1$

6. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 6x + ay = 10 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

미지수가 2개인 일차연립방정식
 $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ 에서 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ 이면 해가 없다.
 $\frac{2}{6} = \frac{3}{a} \neq \frac{5}{10}$
 $\therefore a = 9$

7. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ ax + 4y = a + 5 \end{cases}$ 의 해가 $4x - 3y = 11$ 을 만족할 때, a 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① -5 ② -1 ③ 2 ④ 6 ⑤ 9

해설

주어진 식에서 $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \dots ㉠ \\ 4x - 3y = 11 \dots ㉡ \end{cases}$ 을 연립하여 풀면,
 $㉠ \times 3 + ㉡ \times 2$ 를 계산하면 $x = 2, y = -1$ 이고 이것을 다른 한 식에 대입하면
 $2a - 4 = a + 5$
 $\therefore a = 9$

8. 다음 두 연립방정식의 해가 같을 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} -x + 2y = -2x - 3 \\ ax - 2y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y = -6 \\ -2x + 3by = -10 \end{cases}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{52}{27}$

해설

$$x + 2y = -3 \dots \textcircled{1}$$

$$3x + 2y = -6 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 을 하면

$$2x = -3$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

x 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입 :

$$-\frac{3}{2} + 2y = -3$$

$$2y = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}$$

x, y 값을 식에 대입하면

$$a \times \left(-\frac{3}{2}\right) - 2 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = 1$$

$$-\frac{3}{2}a + \frac{3}{2} = 1$$

$$-\frac{3}{2}a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

$$-2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 3b \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -10$$

$$3 - \frac{9b}{4} = -10$$

$$-\frac{9b}{4} = -13$$

$$9b = 52$$

$$\therefore b = \frac{52}{9}$$

$$\therefore ab = \frac{1}{3} \times \frac{52}{9} = \frac{52}{27}$$

9. 다음 중 해가 2 개 이상인 연립방정식은?

[배점 3, 중하]

- ① $\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ -\frac{1}{2}x - \frac{1}{5}y = 3 \end{cases}$
- ② $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 4 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} 0.2x + 0.3y = 0.4 \\ \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y = \frac{1}{3} \end{cases}$
- ④ $\begin{cases} x = y + 3 \\ 2x - 2y = 5 \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} 3x - y = -1 \\ 9x - 3y = 3 \end{cases}$

해설

해가 2 개 이상이라는 것은 연립방정식의 해가 무수히 많다는 것과 같다.

두 방정식의 미지수의 계수와 상수항이 각각 같을 때, 해가 무수히 많다.

따라서

① $\begin{cases} 5x + 2y = 11 \dots \textcircled{1} \\ -\frac{1}{2}x - \frac{1}{5}y = 3 \dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1}$ 과 $-10 \times \textcircled{2}$ 은 상수항만 다르므로 해가 없다.

② $\begin{cases} x + y = 2 \dots \textcircled{1} \\ 3x + 3y = 4 \dots \textcircled{2} \end{cases}$

$3 \times \textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 은 상수항만 다르므로 해가 없다.

③ $\begin{cases} 0.2x + 0.3y = 0.4 \dots \textcircled{1} \\ \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y = \frac{1}{3} \dots \textcircled{2} \end{cases}$

$10 \times \textcircled{1} = 12 \times \textcircled{2}$ 이므로 해가 무수히 많다.

④ 해가 없다.

⑤ 해가 없다.

10. 다음 네 일차방정식의 그래프가 한 점에서 만날 때, 상수 a, b 에 관하여 $a^2 - b^2$ 의 값은?

$$6x - 5y = -4, ax - by = 7, 2x + 5y = 12, 2ax + by = 2$$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$\begin{cases} 6x - 5y = -4 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$ 를 연립하여 풀면 $x = 1, y = 2$ 이 나오고, 이 값을 나머지 두 식에 대입하여 풀면 $a = 3, b = -2$ 가 나온다. 따라서 $a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5$ 이다.

11. x, y 에 관한 연립방정식 (가), (나) 의 해가 같을 때 a, b 의 값은?

(가) $\begin{cases} 6x - y = 4 \\ -2ax + by = 10 \end{cases}$ (나)

$\begin{cases} 7x - 2y = 3 \\ bx - (3 + a)y = 1 \end{cases}$ [배점 4, 중중]

- ① $a = 1, b = 2$ ② $a = -2, b = 3$
 ③ $a = 3, b = -2$ ④ $a = 2, b = 1$
 ⑤ $a = -3, b = 2$

해설

$6x - y = 4, 7x - 2y = 3$ 을 연립하여 풀면 $x = 1, y = 2$ 가 나온다. 따라서 이를 나머지 두 식에 대입하여 풀면 $a = -2, b = 3$ 이 나온다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} (a-1)x + y = 2 \\ 2ax + y = a-1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

첫 번째 식에서 두 번째 식을 빼면 $\{(a-1) - 2a\}x = 2 - (a-1)$ 이 되는데 이 식이 $0 \cdot x = k$ ($k \neq 0$) 꼴이 되어야 연립방정식의 해가 없으므로 $-a-1=0, a=-1$ 이다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = -5 \\ 5x + cy = 7 \end{cases}$ 을 푸는데 c 를 잘못 보아 $x = 0, y = 1$ 을 해로 얻었다. 옳은 해가 $x = 3, y = 4$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\begin{cases} ax + by = -5 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 5x + cy = 7 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$ 에서 옳은 해가

$x = 3, y = 4$ 이므로

$3a + 4b = -5 \dots\dots \textcircled{3}$

②에 대입을 하면 $c = -2$ 이고, ①은 $x = 0, y = 1$ 도 만족하므로 $a \cdot 0 + b \cdot 1 = -5$ 에서 $b = -5$ 이다. 이것을 ③에 대입해서 성립해야 하므로 $a = 5$ 가 나온다.

$\therefore a + b + c = 5 + (-5) + (-2) = -2$

14. 연립방정식 $\begin{cases} 4x - 3y + 2 = 0 \\ ax - 6y + b = 0 \end{cases}$ 의 해가 없고 $ax - 4y + b = 0$ 의 그래프가 점 (2, 3)을 지날 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

연립방정식의 해가 없으므로 첫 번째 식에 $\times 2$ 를 해 주고 두 번째 식을 뺀 값이 $0 \cdot x = k$ ($k \neq 0$) 이 되어야 하므로 $8 - a = 0$, $4 - b \neq 0$ 이다. 또한 $8x - 4y + b = 0$ 의 그래프가 점 (2, 3) 을 지나므로 $16 - 12 + b = 0$, $b = -4$ 이다. 따라서 $\frac{a}{b} = \frac{8}{-4} = -2$ 이다.

15. 두 직선 $(a-3)x - y = 0$, $(1-2a)x + 3y = 3$ 이 평행하기 위한 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

연립방정식 $(a-3)x - y = 0$, $(1-2a)x + 3y = 3$ 의 해가 없어야 하므로 $\frac{a-3}{1-2a} = \frac{-1}{3} \neq 0$
 $2a - 1 = 3a - 9$
 $\therefore a = 8$

16. 집합 $A = \{(x, y) \mid 5x - 2y = 8\}$, $B = \{(x, y) \mid y = ax + b\}$ 에 대하여 두 집합의 해가 무수히 많을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ y = ax + b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으므로 $5x - 2y = 8, ax - y = -b$ 에서 $\frac{5}{a} = \frac{2}{1} = \frac{8}{-b}$
 $\frac{5}{a} = \frac{2}{1}$ 이므로 $2a = 5 \therefore a = \frac{5}{2}$
 $\frac{2}{1} = \frac{8}{-b}$ 에서 $-2b = 8 \therefore b = -4$
 $\therefore a + b = \frac{5}{2} - 4 = -\frac{3}{2}$

17. x, y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} px + qy + r = 0 \\ qx + ry + p = 0 \end{cases}$ 의 해가

무수히 많을 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

(단, p, q, r 은 0 이 아닌 실수) [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 연립방정식의 해가 무수히 많으므로 $\frac{p}{q} =$

$\frac{q}{r} = \frac{r}{p}$ 이므로

$\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{p} = k$ 로 놓으면 $p = qk, q = rk, r = pk$

세 식의 좌변끼리, 우변끼리 각각 곱하면

$$pqr = pqrk^3 (pqr \neq 0)$$

$$k^3 = 1 \therefore k = 1$$

따라서 $p = q = r$ 이므로 주어진 연립방정식은

모두 $p(x + y + 1) = 0$ 이 된다.

$p \neq 0$ 이므로 $x + y + 1 = 0$

$$\therefore x + y = -1$$

18. 연립방정식 $\begin{cases} mx = \frac{1}{2}y \\ 3x + 2y = mx \end{cases}$ 가 $x = 0, y = 0$ 이외

의 해를 가질 때,

상수 m 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 직선 $mx - \frac{1}{2}y = 0$, $(3 - m)x + 2y = 0$ 의
해가 무수히 많으므로

$$\frac{m}{3 - m} = \frac{-\frac{1}{2}}{2}$$

$$-4m = 3 - m$$

$$\therefore m = -1$$