실력 확인 문제

1. 다음 각 집합을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 보기에서 골라라.

보기

㉠ $\{x|x$는 10 이하의 짝수$\}$

㉡ $\{x|x$는 10보다 작은 2의 배수$\}$

㉢ $\{x|x$는 24의 약수$\}$

㉣ $\{x|x$는 18의 약수$\}$

㉤ $\{x|x$는 36의 배수$\}$

(1) $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$

(2) $\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 9,\ 18\}$ [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) ㉠

▷ 정답: (2) ㉣

해설

조건제시법은 집합에 속하는 모든 원소들이 가지는 공통된 성질을 제시하여 나타내는 방법이다.
(1) 집합의 원소들의 공통된 성질은 10 이하의 짝수(2 의 배수) 라는 점이고
(2) 집합의 원소들의 공통된 성질은 18 의 약수라는 점이다.

2. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20$, $n(A) = 9$, $n(B) = 7, n(A^c) = a$, $n(B^c) = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① 11 ② 13 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

$a = n(A^C) = n(U) - n(A) = 20 - 9 = 11$
$b = n(B^C) = n(U) - n(B) = 20 - 7 = 13$
$\therefore\ a + b = 11 + 13 = 24$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 12$, $n(A \cup B) = 16$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(B)$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$n(B) = n(A \cup B) - n(A) + n(A \cap B) = 16 - 12 + 5 = 9$
$\therefore\ n(B) = 9$

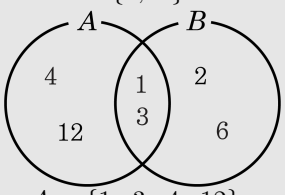
4. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$ 이고, $A \cup B = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$, $A \cap B = \{x \mid x$는 3 이하의 홀수$\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 합은?

[배점 3, 하상]

① 4 ② 5 ③ 13 ④ 16 ⑤ 20

해설

$B = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $A \cap B = \{1, 3\}$



$\therefore A = \{1, 3, 4, 12\}$

따라서 집합 A의 원소의 합은 $1+3+4+12 = 20$

5. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 25 이하의 3 의 배수$\}$의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{9, 21, 24\}$, $B - A = \{3, 15\}$, $A^c \cap B^c = \{12\}$ 일 때, 집합 A, B 의 교집합을 구하면?

[배점 3, 하상]

① $\{3, 6\}$ ② $\{3, 6, 12\}$

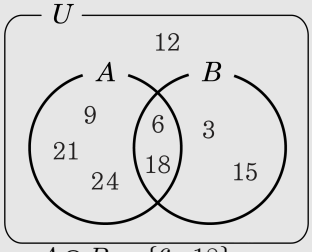
③ $\{3, 18\}$ ④ $\{6, 12\}$

⑤ $\{6, 18\}$

해설

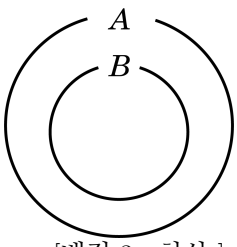
$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore A \cap B = \{6, 18\}$

6. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{x|x\text{는 } 28 \text{ 미만의 } 7\text{의 배수}\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



[배점 3, 하상]

① $\{\varnothing\}$ ② $\{7, 14\}$

③ $\{1, 14, 21\}$ ④ $\{7, 14, 21\}$

⑤ $\{7, 14, 21, 28\}$

해설

$A = \{7,\ 14,\ 21\}$ 이고 $B \subset A$ 이어야 한다.
① $\varnothing \notin A$ 이므로 $\{\varnothing\} \not\subset A$

7. 집합 $A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합 중 원소 2, 5 를 포함하지 <u>않는</u> 부분집합의 개수를 구하면? [배점 3, 중하]

① 1 개 ② 2 개 ③ 4 개

④ 8 개 ⑤ 16 개

해설

구하고자 하는 부분집합은 $\varnothing$, $\{3\}$, $\{7\}$, $\{8\}$, $\{3,\ 7\}$, $\{3,\ 8\}$, $\{7,\ 8\}$, $\{3,\ 7,\ 8\}$ 의 8 개 이다.

8. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 12 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 8\text{의 약수}\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 을 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

① $\{1,\ 2\}$ ② $\{1,\ 2,\ 3\}$

③ $\{1,\ 2,\ 4\}$ ④ $\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$

⑤ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \cdots, 12\}$
$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$
$A - B^C = A \cap B = \{1, 2\}$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 15$, $n(A \cup B) = 20$, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(B)$는? [배점 3, 중하]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$20 = 15 + n(B) - 8$
$\therefore\ n(B) = 13$

10. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 }6\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 }18\text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 빈 칸에 알맞은 기호는?

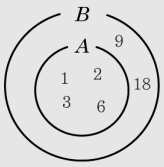
$A \square B$

[배점 3, 중하]

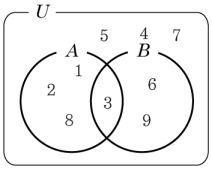
① $\subset$ ② $\supset$ ③ $\in$ ④ $\ni$ ⑤ $=$

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$,
$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$



11. 다음 벤 다이어 그램을 보고, $A^c \cup B^c$ 에 속하지 <u>않는</u> 원소는?



[배점 3, 중하]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

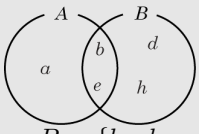
$A^c \cup B^c = \{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

12. 두 집합 A, B에 대하여 $A = \{a,\ b,\ e\}$이고, $A \cap B = \{b,\ e\}$, $A \cup B = \{a,\ b,\ d,\ e,\ h\}$ 일 때, 집합 B는?

[배점 4, 중중]

① $\{a,\ d,\ e,\ h\}$ ② $\{b,\ d,\ e,\ h\}$
③ $\{b,\ e,\ h\}$ ④ $\{d,\ e,\ h\}$
⑤ $\{d,\ e\}$

해설



$\therefore\ B = \{b,\ d,\ e,\ h\}$

13. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4,\ n\text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 4, 중중]

① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$A = \{3,\ 10,\ 17,\ \cdots\}$
① $3 \in A$
② $4 \notin A$
④ $10 \in A$

14. 전체집합 U 와 그 두 부분집합 A, B 가 다음과 같을 때, $A^c \cap B$ 의 모든 원소의 곱을 구하여라.

보기

$U = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$
$A = \{2,\ 4,\ 5,\ 8\}$
$B^c = \{2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 9\}$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$U = \{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10\}$, $A = \{2,\ 4,\ 5,\ 8\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 8,\ 10\}$ 이므로
$A^c \cap B = B - A = \{1,\ 3,\ 10\}$
$\therefore\ 1 \times 3 \times 10 = 30$

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $n(A) = 14$, $n(B) = 31$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 3 ② 7 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$,
$n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 31 - 14 = 17$

16. 다음 중 옳은 것은 ? [배점 4, 중중]

① $\{x|x\text{는 짝수}\} \subset \{x|x\text{는 홀수}\}$
② $\{x|x\text{는 5보다 작은 자연수}\} \subset \{1,\ 2,\ 3\}$
③ $\{x|x\text{는 25의 배수}\} \subset \{100,\ 200,\ 300\}$
④ $\{x|x\text{는 3의 배수}\} \supset \{x|x\text{는 9의 배수}\}$
⑤ $\{x|x\text{는 홀수}\} \subset \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$

해설

④ $\{3, 6, 9, 12, 15, 18 \cdots\} \supset \{9, 18, 27, 36 \cdots\}$

17. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B가 다음을 만족할 때, 집합 A의 원소의 개수와 집합 B의 원소의 개수의 합을 구하면?

보기

$A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$

$A^c \cap B = \{3,\ 4\}$

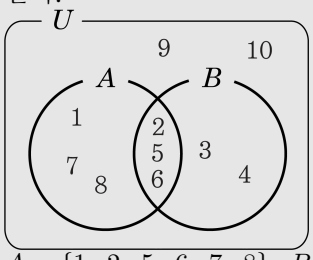
$A^c \cup B^c = \{1,\ 3,\ 4,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$

[배점 5, 중상]

① 3 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$A = \{1,\ 2,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$, $B = \{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

$\therefore\ n(A) + n(B) = 6 + 5 = 11$

18. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 12 이하의 홀수$\}$, $B = \{x \mid x$는 3 이상 5 이하의 소수$\}$에 대하여 $X \subset A$, $B \subset X$이고 집합 X의 원소의 개수가 5인 집합 X의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$

$B = \{3,\ 5\}$

$X \subset A$, $B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$

$\{3,\ 5\} \subset X \subset \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$

집합 X는 집합 A의 부분집합 중 원소 3, 5는 반드시 포함하고 원소의 개수가 5개인 집합이므로

$\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $\{1, 3, 5, 7, 11\}$, $\{1, 3, 5, 9, 11\}$, $\{3, 5, 7, 9, 11\}$의 4개이다.

19. 두 집합 $A = \{3, a+1, 9\}$, $B = \{a-1, a, a+3\}$에 대하여 $A - B = \{5, 9\}$일 때, a의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$A - B = \{5, 9\}$ 이므로 $5 \in A$ 이다.

$a + 1 = 5$

$\therefore\ a = 4$

20. 세 집합 $A,\ B,\ C$ 에 대하여 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A \subset B,\ B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

② $A \subset B,\ B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

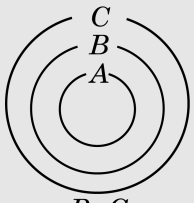
③ $A \subset B,\ B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.

④ $A \subset B,\ B \subset C,\ C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.

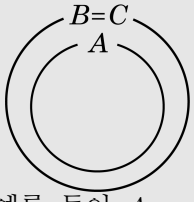
⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설

①



②



③ 예를 들어 $A = \{1\},\ B = \{1, 2\},\ C = \{1,\ 2,\ 3\}$ 이면 $A \subset B,\ B \subset C$ 이지만 $A \neq B$

④ $A \subset B,\ B \subset C,\ C \subset A$ 이면 $A = B = C$

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$