

단원 종합 평가

1. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{a, b\}$
- ② \emptyset
- ③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{12\}$: 유한집합
- ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 52$, $n(A \cup B) = 87$, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 35

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$87 = 52 + n(B) - 0$$

$$\therefore n(B) = 35$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{a, b, c\} \cap \emptyset = \emptyset$
- ② $\{\text{피, 아, 노}\} \cup \{\text{피, 노, 키, 오}\} = \{\text{피, 아, 노, 키, 오}\}$
- ③ $\{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit\} \cap \{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \star\} = \{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \star\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} \cap \{1, 2, 5\} = \{1, 2, 5\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } 18 \text{의 약수}\} = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

- ⑤ $\{x|x \text{는 } \square \text{의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } \triangle \text{의 약수}\} = \{x|x \text{는 } \bigcirc \text{의 약수}\}$ 일 때, \bigcirc 는 \square, \triangle 의 최대 공약수이다.

4. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, (a, b) 를 구하면?

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{1, 5\} \\ A \cup B &= \{1, 5, 6, 8\} \\ A &= \{1, a + 2, 6\} \\ B &= \{1, b - 2, b + 1\} \end{aligned}$$

[배점 3, 중하]

- ① (3, 4) ② (3, 5) ③ (3, 7)
 ④ (4, 4) ⑤ (4, 7)

해설

$A \cap B = \{1, 5\}$ 이므로 $\{1, 5\} \subset \{1, a + 2, 6\}$ 이다.
 $a + 2 = 5, a = 3$ 이므로 $A = \{1, 5, 6\}$ 이다.
 또 $\{1, 5\} \subset \{1, b - 2, b + 1\}$ 이므로 $b - 2 = 5$ 또는 $b + 1 = 5$ 이다.
 i) $b = 7$ 인 경우, $B = \{1, 5, 8\}$
 ii) $b = 4$ 인 경우, $B = \{1, 2, 5\}$
 두 경우 중 $A \cup B = \{1, 5, 6, 8\}$ 를 만족하는 경우는 i) 이므로 $b = 7$ 이다.
 따라서 $(a, b) = (3, 7)$ 이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30, n(A \cup B) = 56, n(A \cap B) = 12$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:
 ▷ 정답: 38

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 56 &= 30 + n(B) - 12 \\ n(B) &= 38 \end{aligned}$$

6. 다음에서 집합인 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 귀여운 새들의 모임
- ㉡ 우리나라 중학생의 모임
- ㉢ 작은 수의 모임
- ㉣ 삼각형의 모임
- ㉤ 우리 반에서 수학을 잘 하는 학생의 모임

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

집합이란 특정한 조건에 맞는 원소들의 모임이다.
 따라서 집합인 것은 우리나라 중학생의 모임과 삼각형의 모임이다. 따라서 2 개이다.

7. 전체집합 U 의 부분집합을 A, B 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은 몇 개인가?

- ㉠ $\emptyset^c = U$
- ㉡ $U^c = \emptyset$
- ㉢ $A \cup A^c = U$
- ㉣ $A \cap A^c = A$
- ㉤ $A - B = A \cap B^c$
- ㉥ $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
- ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉣ $A \cap A^c = \emptyset$
 ㉥ $A \subset B$ 이면 $B^c \subset A^c$ 이다.
 따라서 2 개이다.

8. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분 집합

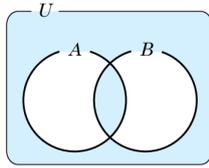
$A = \{x|x \text{는 홀수}\}, B = \{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① {3} ② {5} ③ {1,2}
- ④ {2,3} ⑤ {3,5}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 4\}$
 이므로 $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 5\} - \{1, 2, 4\} = \{3, 5\}$ 이다.

9. 다음과 같은 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40, n(A) = 12, n(B) = 15, n(A \cap B^c) = 9$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?

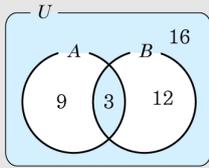


[배점 4, 중중]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 $3 + 16 = 19$ 이다.



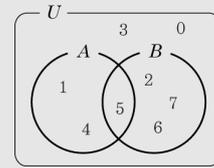
10. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{5\}, (A \cup B)^c = \{0, 3\}, A - B = \{1, 4\}$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$B - A = \{2, 6, 7\}$ 이므로 $n(B - A) = 3$

11. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 4\}$

$1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 4 = 4, 2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 4 = 8, 3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12$
이므로

$A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$

$\therefore n(A \times B) = 7$

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $n(\{0\}) = 1$
- ② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
- ③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$
- ④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$
- ⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

- ② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$
- ③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$
- ④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

13. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$n(A) = 40, n(B) = 24, n(C) = 16, n(A \cup B) = 50,$
 $n(B \cap C) = 10, A \cap C = \emptyset$ 일 때,
 $n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 56

해설

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
 $A \cap C = \emptyset$ 이므로 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이 된다.
 $n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B)$ 이고
 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이므로 $n(A \cap B) = 40 + 24 - 50 = 14$
 $\therefore n(A \cup B \cup C) = 40 + 24 + 16 - 14 - 10 - 0 + 0 = 56$
 따라서 정답은 $56 + 2 \times 0 = 56$

14. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1 쌍이 될 수 있다.

$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9(\text{쌍})$

15. 세 집합 P, Q, R 에 대하여 $n(P) = 19, n(Q \cap R) = 7, n(P \cap Q \cap R) = 3$ 일 때, $n(P \cup (Q \cap R))$ 을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$n(P \cup (Q \cap R))$
 $= n(P) + n(Q \cap R) - n(P \cap Q \cap R)$
 $= 19 + 7 - 3 = 23$