

단원 종합 평가

1. 세 집합

$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\},$

$B = \{x | x \text{는 한 자리의 짝수}\},$

$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\}$ 일 때,

$n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$A = \{x | 0 < x < 1, x \text{는 홀수}\} = \emptyset$ 이므로

$n(A) = 0,$

$B = \{x | x \text{는 한자리의 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로

$n(B) = 4,$

$C = \{x | x \text{는 3 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로

$n(C) = 3$ 이다.

따라서 $n(A) + n(B) + n(C) = 7$ 이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 20의 약수}\}$

이고, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 5, 7, 20\}$ 일

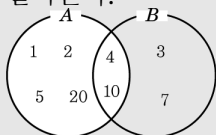
때, 집합 B 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $B = \{3, 4, 7, 10\}$

해설

벤 다이어그램을 그려서 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ 을 알아본다.



$B = \{3, 4, 7, 10\}$

3. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

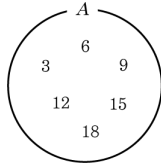
▷ 정답: 8 개

해설

$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$ 은 $X \subset \{1, 2, 3\}$ 이므로 가능한 X 의 개수는 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 개수이다.

$\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

4. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이다.

5. 집합 $A = \{2, 3, a+2\}$, $B = \{3, 5, a\}$ 에 대하여, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 집합 $A \cap B$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① $\{2\}$
- ② $\{3\}$
- ③ $\{2, 3\}$
- ④ $\{2, 4\}$
- ⑤ $\{2, 3, 5\}$

해설

$a+2 > a$ 이므로 $a+2 = 4$, $a = 2$

$A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5\}$

$\therefore A \cap B = \{2, 3\}$

6. 두 집합 A , B 에 대하여 $n(A) = 25$, $n(B) = 16$, $A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B) + n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 34

해설

$A \cap B = B$ 이므로 $B \subset A$,

$n(A \cup B) = n(A) = 25$,

$n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$

$\therefore n(A \cup B) + n(A - B) = 25 + 9 = 34$

7. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, a\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$
 $B \subset A$ 이므로 $a \in A$
 $\therefore a = 3$ 또는 $a = 6$

8. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 4, 6을 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 64개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 4, 6을 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-2} (개)이다.
 $2^{n-2} = 64$, $2^{n-2} = 2^6$
 $n - 2 = 6$ 이므로 $n = 8$

9. 집합 $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ 에 대하여 12를 반드시 포함하고 15를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

$$2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

10. 다음 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 3, 8, a \times 3, 2, b + 3, c, 12\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, 자연수 a 가 될 수 있는 최댓값과 최솟값의 차이를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 8, 12, a \times 3, b + 3, c\}$ 이므로,
 $a \times 3, b + 3, c$ 는 각각 4, 6, 24 중 하나여야 한다.
 $a \times 3 = 4$ 일 때 a 값이 최소가 되고, $a \times 3 = 24$ 일 때 a 값이 최대가 되지만, $a \times 3 = 4$ 일 때의 a 값은 자연수가 아니므로 부적합하다.
따라서 a 값이 최소일 때는 $a \times 3 = 6$ 일 때이다.
최댓값: $a = 8$
최솟값: $a = 2$
따라서 $8 - 2 = 6$

11. 두 집합 $A = \{7, 8, a\}$, $B = \{5, 6, a+3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\{6\}$

해설

$9 \in A$ 또는 $9 \in B$ 이므로

$a = 9$ 또는 $a + 3 = 9$

i) $a = 9$ 이면 $A = \{7, 8, 9\}$, $B = \{5, 6, 12\}$

$A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9, 12\}$ 가 되어 문제의 조건을 만족하지 못한다.

ii) $a + 3 = 9$ 이면 $a = 6$

$A = \{6, 7, 8\}$, $B = \{5, 6, 9\}$

$A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ 이므로 조건을 만족한다.

$\therefore A \cap B = \{6\}$

12. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 한국인}\}$, $B = \{x|x \text{는 학생}\}$, $C = \{x|x \text{는 여자}\}$ 에 대하여 한국의 남학생을 나타내는 집합을 모두 고르면?
[배점 5, 상하]

① $(A \cup B) - C$

② $A \cup B \cup C$

③ $(A \cap B) - C$

④ $A \cap B \cap C^c$

⑤ $(A - B)^c \cap C^c$

해설

한국 학생 중 여학생을 뺀 것 또는 한국 학생 중 여자가 아닌 사람이므로

$(A \cap B) - C$ 또는 $A \cap B \cap C^c$ 이다.

13. 집합 $U = \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 있다. $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = U$ 이고, A 의 모든 원소의 합은 15 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 40

해설

$U = \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

$A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = U$ 집합 A, B 는 서로소이고, 전체집합 U 의 모든 원소를 나누어 가진다.

전체집합 U 의 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$ 이고,

A 의 모든 원소의 합은 15 이므로

집합 B 의 모든 원소의 합은 $55 - 15 = 40$

14. 세 집합 P, Q, R 에 대하여 $n(P) = 19$, $n(Q \cap R) = 7$, $n(P \cap Q \cap R) = 3$ 일 때, $n(P \cup (Q \cap R))$ 을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 23

해설

$n(P \cup (Q \cap R))$

$= n(P) + n(Q \cap R) - n(P \cap Q \cap R)$

$= 19 + 7 - 3 = 23$

15. 전체집합이 U 이고 집합 A 가 U 의 부분집합일 때,
다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

① $A - U = \emptyset$

② $A \cup A^c = U$

③ $U^c = U - A$

④ $A \subset U$

⑤ $U - A \neq \emptyset$

해설

$U^c = \emptyset$