

단원 종합 평가

1. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 중하]

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
- ② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
- ③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
- ④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
- ⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

- ⑤ '긴'이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라 지므로 집합이 될 수 없다.

2. 다음 글을 읽고, 승훈이가 초대한 초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구는 모두 몇 명인지 구하여라.

엄마 : 초대한 친구 중에 초등학교 친구와 중학교 친구는 각각 몇 명이니?

승훈 : 초등학교 친구 7명과 중학교 친구 5명요. 이 말을 들은 엄마는 12명이 먹을 수 있는 음식을 준비했다.

(그 날 저녁)

친구들 : 안녕하세요.

엄마 : 어서들 와라. 그런데! 승훈아! 왜 10명이니? 안 온 사람 있니?

승훈 : 아니요. 제가 초대한 친구는 모두 왔는데 요.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5명

해설

승훈이가 초대한 초등학교 친구와 중학교 친구는 모두 10(명)이다.

또한 초등학교와 중학교가 같은 친구는 $7+5-10=2$ (명)이다.

따라서 초등학교 친구 중 중학교 친구가 다른 친구는 초등학교 친구 중 초등학교와 중학교가 같은 친구를 제외한 $7-2=5$ (명)이다.

3. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 홀수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $n(A) = 6$
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(B) = 6$
 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\} = \emptyset$
 이므로 $n(C) = 0$
 $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 6 + 6 + 0 = 12$

4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $n(B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

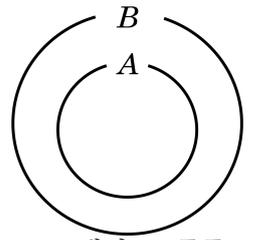
▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8\}$
 따라서 원소가 3개인 A 의 부분집합은
 $\{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 6, 8\}, \{4, 6, 8\}$ 4개

5. 다음 중 두 집합 A, B 사이의 포함 관계가 아래 그림의 벤 다이어그램과 같이 나타나는 것을 모두 고르면?



[배점 4, 중중]

① $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 5, 6\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

③ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$

④ $A = \{x \mid x = 3 \times n, n = 1, 2, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤ $A = \emptyset$, $B = \{\emptyset\}$

해설

① 포함 관계 없음

② $B \subset A$

③ $A \subset B$

④ 포함 관계 없음

⑤ $A \subset B$

6. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리 반에서는 100m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1시간씩 달리기 연습을 한다.
- ㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.
- ㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.
- ㉣ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.
- ㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임
- ㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임
- ㉦ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

[배점 5, 중상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
- ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘비교적’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉥ ‘아름다운’은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다.
- ② $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.
- ③ $B - A = A^c \cap B$
- ④ $A \cap \emptyset^c = A$
- ⑤ $U - \emptyset = A \cap A^c$

해설

- ② $A \subset B$ 이면 $A^c \supset B^c$ 이다.
- ④ $A \cap \emptyset^c = A \cap U = A$
- ⑤ $U - \emptyset = U = A \cup A^c$

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 절댓값이 } 4 \text{ 이상 } 6 \text{이하인 정수}\}$,
 $B = \{y \mid y = x + 3, x \in A\}$,
 $C = \{a - 4, a + 1, 2a + 2, -a\}$ 일 때,
 $B \cap C = \{-3, -1, 8\}$ 을 만족하는 정수 a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

- $A = \{-6, -5, -4, 4, 5, 6\}$
- $B = \{-3, -2, -1, 7, 8, 9\}$
- $-a = -3$ 일 때, $a = 3$
- $C = \{-3, 4, 8, -1\}$
- $B \cap C = \{-3, -1, 8\}$

9. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$
- ② $A \cap B = \emptyset$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
- ③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A = B$
- ④ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \emptyset$
- ⑤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

- ① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$
- ③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$
- ④ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$

10. 집합 $A = \{2, 4, 5, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 5, 상하]

- ① $2 \in A$
- ② $\{5\} \subset A$
- ③ $0 \in A$
- ④ $\{5, 8\} \subset A$
- ⑤ $\{1, 2, 4\} \not\subset A$

해설

집합 A 의 원소 중에 0 은 없으므로 $0 \notin A$ 이여야 한다.

11. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 A, B 가 있다.

$A - B = \{7, 11\}$, $B - A = \{9, 13\}$, $A^c \cap B^c = \{1, 5, 15\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

$A - B = \{7, 11\}$, $B - A = \{9, 13\}$,

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{1, 5, 15\}$ 이고,

전체집합 U 는 $A - B$, $B - A$, $(A \cup B)^c$, $A \cap B$ 로 이루어지므로,

$A \cap B = \{3, 17, 19\}$ 이다.

$\therefore n(A \cap B) = 3$

12. 전체집합 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 두 부분집합 $A = \{7, 19\}$, $B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$A \cup X = X, X \cap (B - A) = \{5, 11\}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$A \cup X = X$ 이므로 $A \subset X$

$\therefore 7, 19$ 는 X 의 원소

$B - A = \{3, 5, 11, 13\}$ 이고

$X \cap (B - A) = \{5, 11\}$ 이므로

5, 11 은 X 의 원소이고 3, 13 은 X 의 원소가 아니다.

따라서 X 는 5, 7, 11, 9 를 포함하고 3, 13 은 포함하지 않는 전체집합 U 의 부분집합이므로

$$2^{8-4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

13. 우리 반 학생 36 명 중 개를 키우는 학생은 15 명, 고양이를 키우는 학생은 18 명이다. 개만 키우는 학생이 8 명일 때, 개도 고양이도 키우지 않는 학생의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 10 명

해설

우리 반 학생의 집합을 U , 개를 키우는 학생의 집합을 A , 고양이를 키우는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 36, n(A) = 15, n(B) = 18$$

$$n(A - B) = 8$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \text{ 이므로}$$

$$8 = 15 - n(A \cap B), n(A \cap B) = 7$$

$$n(A \cup B)$$

$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 7 = 26$$

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 26 = 10$$

14. 자연수를 원소로 하는 두 집합

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $B = \{a+x | a \in A\}$ 가 있다.
 $A \cap B = \{5, 7\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 합이 16 ,
 $A \cup B$ 의 원소의 합이 36 일 때, 집합 B 의 원소의
 합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ 이므로

$$B = \{a+x | a \in A\} \\ = \{a_1+x, a_2+x, a_3+x, a_4+x\}$$

따라서 집합 A 의 원소의 합은

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 16$$

집합 B 의 원소의 합은

$$(a_1+x) + (a_2+x) + (a_3+x) + (a_4+x) = 16 + 4x$$

$A \cup B$ 의 원소의 합은

$$(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + (a_1+x) + (a_2+x) + \\ (a_3+x) + (a_4+x) - 5 - 7 \\ = 16 + 16 + 4x - 5 - 7 \\ = 20 + 4x = 36$$

$$\therefore x = 4$$

따라서 집합 B 의 원소의 합은 $16 + 4 \times 4 = 32$

15. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에
 대하여 $A = \{1, 9\}$, $A - (A - B) = \{1\}$ 을 만족하는
 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$$A - (A - B) = A \cap (A \cap B^C)^C \\ = A \cap (A^C \cup B) = (A \cap A^C) \cup (A \cap B) \\ = (A \cap B) = \{1\} \\ A = \{1, 9\}, (A \cap B) = \{1\}, U = \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ \text{을 만족하는} \\ \text{집합 } B \text{ 는 원소 } 1 \text{ 을 반드시 포함하고 원소 } 9 \text{ 를} \\ \text{반드시 포함하지 않으므로} \\ \text{집합 } B \text{ 의 개수는 } 2^3 = 8(\text{개})$$