

단원 종합 평가

1. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 5 보다 크고 6 보다 작은 자연수의 모임
- ② 몸무게가 60kg 이상인 사람들의 모임
- ③ 40 에 가까운 수의 모임
- ④ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임
- ⑤ 일의 자리에서 반올림하여 50 이 되는 자연수들의 모임

해설

‘가까운’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 옳게 연결된 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 짝수}\} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 10의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 3의 배수}\} = \{6, 12, 18, \dots\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 5이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$

해설

③ $\{x \mid x \text{는 10의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$ 이다.

3. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 중하]

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
- ② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
- ③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
- ④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
- ⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

⑤ ‘긴’ 이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라 지므로 집합이 될 수 없다.

4. 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 6의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 1보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

- ① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

5. 전체집합 U 와 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $U = A \cup B$, $A = \{x \mid x \text{는 } 40 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$ 일 때, $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

$$A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$$

$$B = \{1, 5, 25\}$$

$$A \cap B = \{1, 5\}$$

6. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여
 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$

④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$$A = \{3, 10, 17, \dots\}$$

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

④ $10 \in A$

7. 다음 중 옳은 것을 고르면? [배점 4, 중중]

① $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

② $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

③ $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 1$

④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$

⑤ $n(\{x \mid x \text{는 mathematics에 있는 알파벳}\}) = 11$

해설

① $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이거나 $A \not\subset B$

③ $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 0 + 1 + 1 = 2$

④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$

⑤ $n(\{m, a, t, h, e, i, c, s\}) = 8$

8. 두 집합 $A = \{2, 5, a, 9\}$, $B = \{3, 7, b-2, b+2\}$ 에 대하여 $A - B = \{2, 8\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

집합 A 에서 $a = 8$

$$A \cap B = \{5, 9\} \text{ 이므로}$$

(i) $b + 2 = 5$ 일 때, $b = 3$ 이므로

$$B = \{1, 3, 5, 7\} \quad A \cap B = \{5\} \quad (\times)$$

(ii) $b - 2 = 5$ 일 때, $b = 7$ 이므로

$$B = \{3, 5, 7, 9\} \quad A \cap B = \{5, 9\} \quad (\bigcirc)$$

$$\therefore a - b = 8 - 7 = 1$$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{4, 5\}$
 ② $\{2, 4, 5, 6\}$
 ③ $\{x|x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
 ④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
 ⑤ $\{x|x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.
 ④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supset 4$

10. 두 집합 A, B 가 $n(A) = 17$, $n(A \cap B) = 6$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 18개

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $17 + n(B) - 6 = 29$
 $n(B) = 29 - 17 + 6 = 18$ 이다.
 따라서 $n(B) = 18$ 이다.

11. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, a\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▷ 정답 : 3
 ▷ 정답 : 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$
 $B \subset A$ 이므로 $a \in A$
 $\therefore a = 3$ 또는 $a = 6$

12. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$n(A) = 40, n(B) = 24, n(C) = 16, n(A \cup B) = 50,$
 $n(B \cap C) = 10, A \cap C = \emptyset$ 일 때,
 $n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 56

해설

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
 $A \cap C = \emptyset$ 이므로 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이 된다.
 $n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B)$ 이고
 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이므로 $n(A \cap B) = 40 + 24 - 50 = 14$
 $\therefore n(A \cup B \cup C) = 40 + 24 + 16 - 14 - 10 - 0 + 0 = 56$
 따라서 정답은 $56 + 2 \times 0 = 56$

13. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로

$$n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$$

$$= n((A - B) \cup (B - A))$$

$$= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10 \text{ 이다.}$$

14. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2}x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로 집합 A 를 구하면,

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\}$$

$$, a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = \frac{9}{4}, a_5 = \frac{81}{16} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16}$$

15. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면 ? (정답 3개) [배점 5, 상하]

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\}$
- ③ $\left\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\right\}$
- ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
- ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 유리수는 무수히 많다.
- ③ $\left\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\right\} \rightarrow \frac{4}{3x}$ 가 자연수가 되는 x 의 값은 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$
- ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다.
- ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)
 $\rightarrow [x]$ 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3 뿐이다.