단원 종합 평가

1. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 12 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 8\text{의 약수}\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 을 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 3\}$

③ $\{1, 2, 4\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

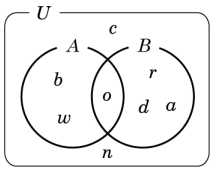
해설

$U = \{1, 2, 3, \cdots, 12\}$

$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$

$A - B^C = A \cap B = \{1, 2\}$

2. 다음 벤 다이어그램을 보고, A^c , B^c , $(A \cup B)^c$ 을 각각 원소나열법으로 나타내어라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A^c = \{a, c, d, n, r\}$

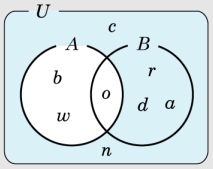
▷ 정답 : $B^c = \{b, c, n, w\}$

▷ 정답 : $(A \cup B)^c = \{c, n\}$

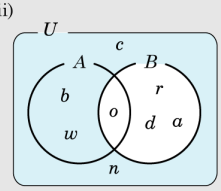
해설

벤 다이어그램으로 색칠하면 다음과 같다.

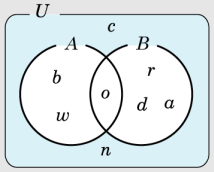
i)



ii)



iii)



3. 어느 반 학생 39 명이 수학 시험을 보는데 A 문제를 맞힌 학생은 19 명, B 문제를 맞힌 학생은 27 명, A 와 B 모두 맞힌 학생은 12 명일 때, A 와 B 모두 틀린 학생은 몇 명인지 구하여라.(단, 수학 시험의 문제는 A 와 B 두 문제만 있다.) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 명

해설

A 문제를 맞힌 학생을 A 라 하면 $n(A) = 19$

B 문제를 맞힌 학생을 B 라 하면 $n(B) = 27$

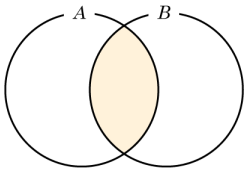
A 와 B 모두 맞힌 학생은 $A \cap B$ 이므로 $n(A \cap B) = 12$

A 나 B 를 맞힌 학생은 $A \cup B$ 이다.

$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 19 + 27 - 12 = 34$(명)

따라서 A 와 B 를 모두 틀린 학생은 5 명이다.

4. 집합 $A = \{x \mid x$는 20 미만의 소수$\}$, $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합은 ?



[배점 4, 중중]

① $\{5, 13\}$ ② $\{5, 19\}$

③ $\{5, 13, 19\}$ ④ $\{1, 5, 13\}$

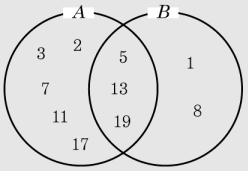
⑤ $\{1, 5, 13, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

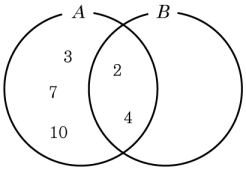
$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{5, 13, 19\}$ 이다.

5. 다음의 벤 다이어그램에서 $A = \{2, 3, 4, 7, 10\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$ 일 때, 집합 B가 될 수 있는 것은?



[배점 4, 중중]

① $\{2, 3, 8\}$ ② $\{2, 5, 7\}$

③ $\{4, 9, 10\}$ ④ $\{2, 4, 6, 7\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{2, 4\}$ 을 포함하여야 하며 A 집합에만 존재하는 원소 3, 7, 10 은 들어갈 수 없다.

① 3 이 포함되어서 옳지 않다.

② 7 이 포함되어서 옳지 않다.

③ 10 이 포함되어서 옳지 않다.

④ 7 이 포함되어서 옳지 않다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 25$, $n(B) = 16$, $A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B) + n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

$A \cap B = B$ 이므로 $B \subset A$,

$n(A \cup B) = n(A) = 25$,

$n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$

$\therefore n(A \cup B) + n(A - B) = 25 + 9 = 34$

7. 집합 $A = \{1, 2, 3, \cdots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 4, 6 을 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 64 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 4, 6 을 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-2} (개) 이다.

$2^{n-2} = 64$, $2^{n-2} = 2^6$

$n - 2 = 6$ 이므로 $n = 8$

8. 두 집합 $A=\{7,\ 8,\ a\}$, $B=\{5,\ 6,\ a+3\}$ 에 대하여 $A\cup B=\{5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$ 일 때, $A\cap B$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{6\}$

해설

$9\in A$ 또는 $9\in B$ 이므로

$a=9$ 또는 $a+3=9$

i) $a=9$ 이면 $A=\{7,8,9\}$, $B=\{5,6,12\}$

$A\cup B=\{5,6,7,8,9,12\}$ 가 되어 문제의 조건을 만족하지 못한다.

ii) $a+3=9$ 이면 $a=6$

$A=\{6,7,8\}$, $B=\{5,6,9\}$

$A\cup B=\{5,6,7,8,9\}$ 이므로 조건을 만족한다.

$\therefore A\cap B=\{6\}$

9. 두 집합 A, B에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $A\cap B\neq B\cap A$

② $A\subset B$이면 $A\cup B=A$

③ $A\subset B$이면 $A\cap B=B$

④ $n(A\cap B\cap\varnothing)=0$

⑤ $A\subset(A\cap B)\subset(A\cup B)$

해설

① $A\cap B=B\cap A$

② $A\subset B$이면 $A\cup B=B$

③ $A\subset B$이면 $A\cap B=A$

⑤ $(A\cap B)\subset A\subset(A\cup B)$

10. 전체집합 $U=\{x\mid x$는 12 이하의 자연수$\}$의 부분집합 A , B 에 대하여 $B-A=\{2,7,10,11\}$, $A=\{1,3,4,5,6,8,9,12\}$, $n(B)=8$ 일 때, 집합 $(A\cup B)^C$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\varnothing$

해설

$n(U)-n(B-A)=8$ 이고

$n(A)=8$ 이므로 $A\cup B=U$ 이다.

$(A\cup B)^C=\varnothing$

11. $U = \{x|0 \le x < 15,\ x$는 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x$는 12 이하의 2의 배수$\}, B = \{2,3,5,7,11,13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$A = \{2,4,6,8,10,12\}, B = \{2,3,5,7,11,13\}$ 이므로

$n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$

$= n((A - B) \cup (B - A))$

$= n(\{3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13\}) = 10$ 이다.

12. 전체집합 $U = \{1,2,3,4,5,6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{4,5,6\}$ 에 대하여 $B \cap X = B$, $(A - B) \cap X = \{1,3\}$ 을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 2 개

해설

$U = \{1,2,3,4,5,6\}$,

$A = \{1,2,3,4\}$,

$B = \{4,5,6\}$ 이고,

$B \cap X = B \Rightarrow B \subset X$,

$(A - B) \cap X = \{1,3\} \rightarrow \{1,2,3\} \cap X = \{1,3\}$ 이므로

X 는 원소 $1,3,4,5,6$ 을 반드시 포함하는 집합 U 의 부분집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{6-5} = 2$ (개)

13. 집합 A $= \{2,\ 4,\ 5,\ 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $2 \in$ A ② $\{5\} \subset$ A

③ $0 \in$ A ④ $\{5,\ 8\} \subset$ A

⑤ $\{1,\ 2,\ 4\} \not\subset$ A

해설

집합 A 의 원소 중에 0은 없으므로 $0 \notin$ A 이여야 한다.

14. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 한 자리의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x|x$는 10 이하의 홀수$\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\{2,4,6,8\}$

해설

$U = \{1,2,3,\cdots,9\}$

$A = \{1,3,5,7,9\}$

$n(U) = 9,\ n(A \cup B) = 9$ 이므로

$A \cup B = U \cdots ①$

$n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \varnothing \cdots ②$

① 과 ② 에 의하여

$B = A^c = \{2,4,6,8\}$

15. 두 집합 $A = \{2,\ 1,\ a+3,\ b\}$, $B = \{4,\ a,\ b+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

(i) $a+3=4$ 일 때, $a=1$

$A = \{2,\ 1,\ 4,\ b\}$

$B = \{4,\ 1,\ b+1\}$

$b+1=2,\ b=1(\times)$

(ii) $b=4$ 일 때,

$A = \{2,\ 1,\ a+3,\ 4\}$

$B = \{4,\ a,\ 5\}$

$a+3=5,\ \ a=2(\bigcirc)$

$\therefore\ a+b=2+4=6$