

단원 종합 평가

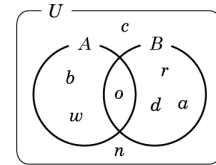
1. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 을 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 3\}$
 ③ $\{1, 2, 4\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$
 $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$
 $A - B^c = A \cap B = \{1, 2\}$

2. 다음 벤 다이어그램을 보고, A^c , B^c , $(A \cup B)^c$ 을 각각 원소나열법으로 나타내어라.



[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
 ▶ 답:
 ▶ 답:

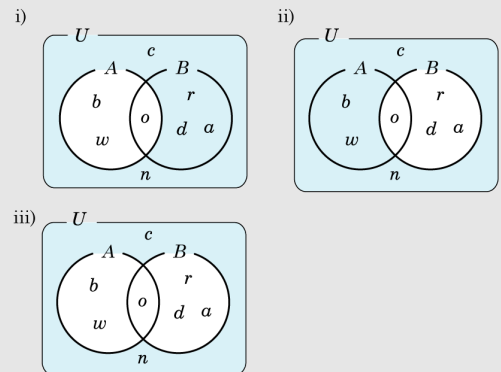
▷ 정답: $A^c = \{a, c, d, n, r\}$

▷ 정답: $B^c = \{b, c, n, w\}$

▷ 정답: $(A \cup B)^c = \{c, n\}$

해설

벤 다이어그램으로 색칠하면 다음과 같다.



3. 어느 반 학생 39 명이 수학 시험을 보는데 A 문제를 맞힌 학생은 19 명, B 문제를 맞힌 학생은 27 명, A 와 B 모두 맞힌 학생은 12 명일 때, A 와 B 모두 틀린 학생은 몇 명인지 구하여라.(단, 수학 시험의 문제는 A 와 B 두 문제만 있다.) [배점 3, 중하]

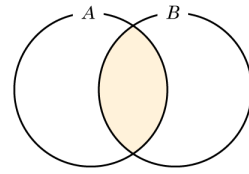
▶ 답 :

▷ 정답 : 5 명

해설

A 문제를 맞힌 학생을 A 라 하면 $n(A) = 19$
 B 문제를 맞힌 학생을 B 라 하면 $n(B) = 27$
 A 와 B 모두 맞힌 학생은 $A \cap B$ 이므로 $n(A \cap B) = 12$
 A 나 B 를 맞힌 학생은 $A \cup B$ 이다.
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 19 + 27 - 12 = 34(\text{명})$
 따라서 A 와 B 를 모두 틀린 학생은 5 명이다.

4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합은 ?

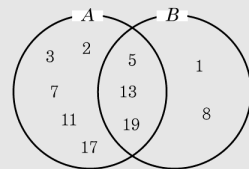


[배점 4, 중중]

- ① $\{5, 13\}$ ② $\{5, 19\}$
 ③ $\{5, 13, 19\}$ ④ $\{1, 5, 13\}$
 ⑤ $\{1, 5, 13, 19\}$

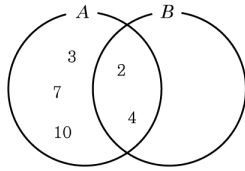
해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.
 벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{5, 13, 19\}$ 이다.

5. 다음의 벤 다이어그램에서 $A = \{2, 3, 4, 7, 10\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $\{2, 3, 8\}$ ② $\{2, 5, 7\}$
 ③ $\{4, 9, 10\}$ ④ $\{2, 4, 6, 7\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{2, 4\}$ 을 포함하여야 하며 A 집합에만 존재하는 원소 3, 7, 10은 들어갈 수 없다.

- ① 3이 포함되어서 옳지 않다.
 ② 7이 포함되어서 옳지 않다.
 ③ 10이 포함되어서 옳지 않다.
 ④ 7이 포함되어서 옳지 않다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 25$, $n(B) = 16$, $A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B) + n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

$A \cap B = B$ 이므로 $B \subset A$,

$n(A \cup B) = n(A) = 25$,

$n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$

$\therefore n(A \cup B) + n(A - B) = 25 + 9 = 34$

7. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 4, 6을 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 64개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 4, 6을 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-2} (개)이다.

$2^{n-2} = 64$, $2^{n-2} = 2^6$

$n - 2 = 6$ 이므로 $n = 8$

8. 두 집합 $A = \{7, 8, a\}$, $B = \{5, 6, a+3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{6\}$

해설

$9 \in A$ 또는 $9 \in B$ 이므로

$a = 9$ 또는 $a + 3 = 9$

i) $a = 9$ 이면 $A = \{7, 8, 9\}$, $B = \{5, 6, 12\}$

$A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9, 12\}$ 가 되어 문제의 조건을 만족하지 못한다.

ii) $a + 3 = 9$ 이면 $a = 6$

$A = \{6, 7, 8\}$, $B = \{5, 6, 9\}$

$A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ 이므로 조건을 만족한다.

$\therefore A \cap B = \{6\}$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

10. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A = \{2, 7, 10, 11\}$, $A = \{1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12\}$, $n(B) = 8$ 일 때, 집합 $(A \cup B)^C$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\emptyset$

해설

$n(U) - n(B - A) = 8$ 이고

$n(A) = 8$ 이므로 $A \cup B = U$ 이다.

$(A \cup B)^C = \emptyset$

11. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로
 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$
 $= n((A - B) \cup (B - A))$
 $= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10$ 이다.

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $B \cap X = B, (A - B) \cap X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2 개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},$
 $A = \{1, 2, 3, 4\},$
 $B = \{4, 5, 6\}$ 이고,
 $B \cap X = B \Rightarrow B \subset X,$
 $(A - B) \cap X = \{1, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\} \cap X = \{1, 3\}$
 이므로
 X 는 원소 1, 3, 4, 5, 6 을 반드시 포함하는 집합 U 의 부분집합이다.
 따라서 집합 X 의 개수는 $2^{6-5} = 2$ (개)

13. 집합 $A = \{2, 4, 5, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $2 \in A$

② $\{5\} \subset A$

③ $0 \in A$

④ $\{5, 8\} \subset A$

⑤ $\{1, 2, 4\} \not\subset A$

해설

집합 A 의 원소 중에 0은 없으므로 $0 \notin A$ 이여야 한다.

14. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}, n(A \cap B) = 0, n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$
 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $n(U) = 9, n(A \cup B) = 9$ 이므로
 $A \cup B = U \dots \textcircled{1}$
 $n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset \dots \textcircled{2}$
 ① 과 ② 에 의하여
 $B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$

15. 두 집합 $A = \{2, 1, a + 3, b\}$, $B = \{4, a, b + 1\}$
에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

(i) $a + 3 = 4$ 일 때, $a = 1$

$$A = \{2, 1, 4, b\}$$

$$B = \{4, 1, b + 1\}$$

$$b + 1 = 2, b = 1(\times)$$

(ii) $b = 4$ 일 때,

$$A = \{2, 1, a + 3, 4\}$$

$$B = \{4, a, 5\}$$

$$a + 3 = 5, a = 2(\bigcirc)$$

$$\therefore a + b = 2 + 4 = 6$$