

단원 종합 평가

1. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ $(A^C)^C = A$ ㉡ $A \cup A^C = U$
 ㉢ $A \cap A^C = \emptyset$ ㉣ $(A \cup B) \subset B$
 ㉤ $U^C = \emptyset$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
 ③ ㉠, ㉡, ㉤ ④ ㉠, ㉤
 ⑤ ㉤

해설

$$\ominus B \subset (A \cup B)$$

2. $n(A) = 10$, $n(A - B) = 4$ 일 때 $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$4 = 10 - n(A \cap B) \quad \therefore n(A \cap B) = 6$$

3. 10 의 약수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

- ① $1 \in A$ ② $3 \in A$ ③ $4 \notin A$
 ④ $5 \in A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 5, 10 이므로 3, 4, 6 은 집합 A 의 원소가 아니다. 따라서

- ① $3 \notin A$
 ⑤ $6 \notin A$ 이다.

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$, $A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 27\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

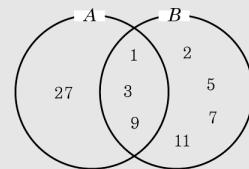
▶ 답 :

▶ 정답 : 38

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{1, 3, 9, 27\}$, $A \cap B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 집합 $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이다.
 따라서 집합 B 의 모든 원소의 합은
 $1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 38$ 이다.

5. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 5\text{의 배수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 8\text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$n(A) = 24$, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 3$ 이므로
 $n(A \cup B) = 24 + 15 - 3 = 36$

6. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 27\text{의 약수}\}$ 일 때, 다음을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

보기

$\{1\} \subset B \subset A$, $n(B) = 3$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

$A = \{1, 3, 9, 27\}$ 이고, 집합 B 는 원소 1을 포함한 집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 집합이므로 $\{1, 3, 9\}$, $\{1, 3, 27\}$, $\{1, 9, 27\}$ 의 3개이다.

7. 집합 $A = \{1, 2, 2^2, 2^3, \dots, 2^n\}$ 의 부분집합 중에서 4의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수가 64개 일 때, n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

4의 약수: 1, 2, 4

집합 A 의 원소의 개수는 $n+1$ 개이므로 원소 1, 2, 4를 포함하는 부분집합의 개수는
 $2^{n+1-3} = 64 = 2^6$ 이다.

$n+1-3=6 \quad \therefore n=8$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 32

해설

$$\begin{aligned} A^c \cap B^c &= (A \cup B)^c \\ n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 3 = 37 \\ n(A - B) + n(B - A) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) \\ &= 37 - 5 = 32 \end{aligned}$$

10. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

- ① 100 이하 자연수들의 모임
② 작은 짝수들의 모임
③ 노래를 잘하는 학생들의 모임
④ 15보다 작은 소수들의 모임
⑤ 예쁜 꽃들의 모임

해설

‘잘하는’, ‘작은’, ‘예쁜’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

11. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2}x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{141}{16}$

해설

$$\begin{aligned} a_1 = 1 \text{ 이면 } a_2 &= \frac{3}{2} \times a_1 \text{ 이고 이러한 방식으로} \\ \text{집합 } A \text{ 를 구하면,} \\ \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} &= \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\} \\ a_2 &= \frac{3}{2}, a_3 = \frac{9}{4}, a_5 = \frac{81}{16} \text{ 이다.} \\ \therefore a_2 + a_3 + a_5 &= \frac{141}{16} \end{aligned}$$

12. 세 집합 P, Q, R 에 대하여 $n(P) = 19$, $n(Q \cap R) = 7$, $n(P \cap Q \cap R) = 3$ 일 때, $n(P \cup (Q \cap R))$ 을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 23

해설

$$\begin{aligned} n(P \cup (Q \cap R)) &= n(P) + n(Q \cap R) - n(P \cap Q \cap R) \\ &= 19 + 7 - 3 = 23 \end{aligned}$$

13. 우리 반 학생 36 명 중 개를 키우는 학생은 15 명, 고양이 키우는 학생은 18 명이다. 개만 키우는 학생이 8 명일 때, 개도 고양이도 키우지 않는 학생의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 10 명

해설

우리 반 학생의 집합을 U , 개를 키우는 학생의 집합을 A , 고양이를 키우는 학생의 집합을 B 라 하면
 $n(U) = 36, n(A) = 15, n(B) = 18$
 $n(A - B) = 8$
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ 이므로
 $8 = 15 - n(A \cap B), n(A \cap B) = 7$
 $n(A \cup B)$
 $= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 7 = 26$
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 26 = 10$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 6, 상중]

① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$

② $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$

③ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

④ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$

⑤ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$

해설

- ③ $A = \{1, 2\}, B = \{a, b\}$ 일 때, $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$ 이다.
 ④ $A = B$ 일 때, $n(A) = n(B)$ 이다. $A \subset B$ 일 때, $n(A) \leq n(B)$
 ⑤ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로, $n(A) = n(B)$ 이다.

15. 집합 $A = \{a, d, e\}$ 이고 집합 $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, $A \cap X = \{a, e\}, c \notin X, X \cup B = B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 4 개

해설

집합 B 의 부분집합 중 원소 a, e 는 포함하고, 원소 c, d 는 포함하지 않는 부분집합의 수를 구한다.
 $2^{6-2-2} = 2^2 = 4$ (개)