약점 보강 4

1. 다음에서 y 를 x 의 함수라고 할 수 없는 것을 구하여라.

> ㉠ 한 팩에 1000원인 우유를 x 팩 살 때 지불 금액 y 원
> ㉡ 자연수 x 와 그 배수 y
> ㉢ 넓이가 20cm^2 인 삼각형의 밑변의 길이 $x\text{cm}$ 와 높이 $y\text{cm}$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :
▷ 정답 : ㉡

해설

㉠, ㉢ x 의 값이 정해지면 그에 따라 y 값도 오직 하나로 정해지므로 함수라고 할 수 있다.
㉡ x 의 값이 정해지면 그에 따라 y 값이 무수히 많으므로 함수라고 할 수 없다.

2. 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 정의역이 $\{-2, -1, 1, 2\}$ 일 때, 이 함수의 치역의 모든 원소의 합을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 0

해설

$f(-2) = -\frac{2}{2} = -1$, $f(-1) = \frac{2}{-1} = -2$, $f(1) = \frac{2}{1} = 2$, $f(2) = \frac{2}{2} = 1$
따라서 치역은 $\{2, -1, 1, 2\}$ 이다.
∴ 치역의 합은 $(-2) + (-1) + 1 + 2 = 0$ 이다.

3. 함수 $f(x) = (x$의 약수의 개수$)$ 의 정의역이 $X = \{9, 10, a\}$ 이고, 공역이 $\{3, 4, 6\}$ 일 때, 다음 중 a 의 값으로 적당하지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① 12 ② 8 ③ 16 ④ 6 ⑤ 18

해설

$f(a)$ 의 값이 3 또는 4 또는 6 을 만족해야 한다.
① $f(12) = (12$의 약수의 개수$) = 6$
② $f(8) = (8$의 약수의 개수$) = 4$
③ $f(16) = (16$의 약수의 개수$) = 5$
④ $f(6) = (6$의 약수의 개수$) = 4$
⑤ $f(18) = (18$의 약수의 개수$) = 6$
∴ 함숫값이 공역에 속하지 않는 것은 ③이다.

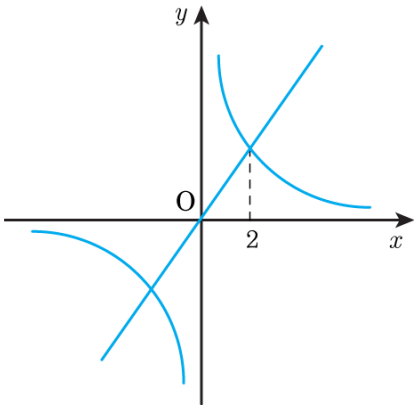
4. 함수 $f(x) = -ax + 3$ 에 대하여 $f(-1) = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :
▷ 정답 : -1

해설

$f(-1) = a + 3 = 2 \quad \therefore a = -1$

5. 다음 그래프가 나타내는 함수가 $y = 2x$, $y = \frac{a}{x}$ 일 때, 두 그래프의 교점의 x 좌표값이 2 이다. a 의 값을 구하면?



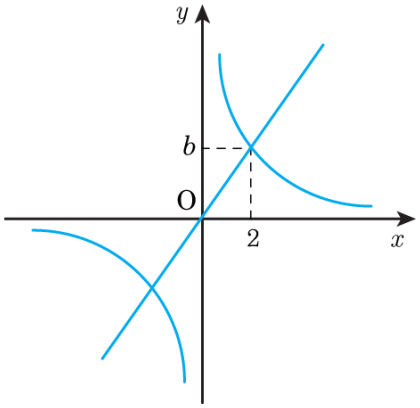
[배점 3, 하상]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$y = 2x$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $y = 4$
$(2,\ 4)$ 가 두 그래프의 교점이므로 $y = \frac{a}{x}$ 에 대입하면 $4 = \frac{a}{2}$ 이고 $a = 8$ 이다.

6. 다음 그림은 $y = \frac{8}{x}$ 와 $y = ax$ 의 그래프를 그려 놓은 것이다. $a + b$ 의 값은?



[배점 3, 하상]

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

해설

$y = \frac{8}{x}$ 와 $y = ax$ 의 교점이 $(2,\ b)$ 이므로
$b = \frac{8}{2} = 4$
$4 = 2a,\ a = 2$
$\therefore a + b = 6$

7. 점 A$(a,\ b)$가 제 4사분면의 점일 때, 다음 중 제1사분면에 있는 점은? [배점 3, 하상]

① P$(b,\ a)$ ② Q$(a,\ -b)$

③ R$(-a,\ b)$ ④ S$(b,\ -a)$

⑤ K$(-a,\ -b)$

해설

$a>0,\ b<0$

① P$(b,\ a)$: $b<0,\ a>0$: 제 2사분면

② Q$(a,\ -b)$: $a>0,\ -b>0$: 제 1사분면

③ R$(-a,\ b)$: $-a<0,\ b<0$: 제 3사분면

④ S$(b,\ -a)$: $b<0,\ -a<0$: 제 3사분면

⑤ K$(-a,\ -b)$: $-a<0,\ -b>0$: 제 2사분면

8. 세 점 O$(0,\ 0)$, A$(3,\ -4)$, $B(6,\ a)$ 가 일직선 위에 있을 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

① -4 ② -8 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

원점을 지나는 직선이므로

함수의 식을 $y=bx(b\neq 0)$ 라고 하면

$-4=3b,\ b=-\frac{4}{3}$

$\therefore y=-\frac{4}{3}x$

$y=-\frac{4}{3}x$ 에 $x=6$ 을 대입하면

$-\frac{4}{3}\times 6=-8\ \therefore a=-8$

9. 점 $(6,9)$ 를 지나는 함수 $y=ax$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

① 제 2사분면과 제 4사분면을 지난다.

② x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

③ 한 쌍의 곡선이다.

④ a 의 값은 $\frac{3}{2}$ 이다.

⑤ 직선 $y=x$ 의 그래프보다 x 축에 가깝다.

해설

$y=ax$ 에 $x=6,\ y=9$ 를 대입하면

$9=a\times 6\ \ \therefore\ a=\frac{3}{2}$

즉, 함수의 식은 $y=\frac{3}{2}x$ 이다.

① 제 1사분면과 제 3사분면을 지난다.

③ 원점을 지나는 직선이다.

⑤ 직선 $y=x$ 의 그래프보다 y 축에 가깝다.

10. 함수 $f(x)=\frac{12}{x}$ 에서 $f(-4)=a$ 이고 $f(6)=b$ 이다. 이때, $a+4b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(-4)=\frac{12}{-4}=-3=a,\ f(6)=\frac{12}{6}=2=b$

$\therefore\ a+4b=-3+4\times 2=5$

11. 함수 $f(x) = (x$의 약수의 개수$)$ 의 정의역이 $X = \{6,\ 16,\ a\}$ 이고, 공역이 $Y = \{3,\ 4,\ 5\ \}$ 일 때, 다음 중 a 값으로 적당하지 <u>않은</u> 것은? [배점 4, 중중]

① 4 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$x = 6$ 일 때 $f(6) = 4$
$x = 16$ 일 때 $f(16) = 5$
$x = a$ 일 때 $f(a) = 3$ 또는 4 또는 5
즉, a 의 약수의 개수는 3 개 또는 4 개 또는 5 개이다.
$f(4) = 3$
$f(8) = 4$
$f(10) = 4$
$f(14) = 4$
따라서 12 의 약수의 개수는 6 개이므로, a 가 될 수 없다.

12. 점 $\mathrm{P}(ab,\ bc)$ 가 원점이 아닌 x 축 위에 있을 때, 다음 중 알맞은 것은? [배점 4, 중중]

① $a = 0,\ b = 0,\ c = 0$
② $a = 0,\ b \neq 0, c \neq 0$
③ $a \neq 0,\ b = 0, c \neq 0$
④ $a \neq 0,\ b \neq 0, c = 0$
⑤ $a = 0,\ b \neq 0, c = 0$

해설

x 축 위에 있는 수는 y 좌표가 0 이므로 $y = 0$ 이며,
원점 위에 있는 수가 아니므로 적어도 x 의 좌표, y 의 좌표 중 하나는 0 이 아니다.
따라서 점 P 의 x 좌표는 0 이 아니고, y 좌표는 0 이다.
$\therefore ab \neq 0,\ bc = 0$ 이므로
$ab \neq 0$ 에서 $a \neq 0,\ b \neq 0$ 이고, $bc = 0$에서 $b \neq 0$ 이므로 $c = 0$ 이다.

13. 함수 $f(x)=2x-1$ 에 대하여 정의역이 $\{-2,0,4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

[배점 4, 중중]

① y 는 x 에 정비례한다.

② $f(-2)=-5$ 이다.

③ 치역은 $\{-5,-1,7\}$ 이다.

④ $f(4)-f(0)=8$

⑤ 정수의 집합은 공역이 될 수 있다.

해설

① y 는 x 에 정비례하지 않는다.

14. 함수 $y=ax$ 의 그래프는 점 $(-6,\ 4)$ 를 지나고, 함수 $y=\dfrac{b}{x}$ 의 그래프는 두 점 $(3,\ -4)$, $(c,\ 8)$ 을 지날 때, abc 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: -12

해설

$y=ax$ 에 $x=-6,\ y=4$ 를 대입하면

$4=a\times(-6)\quad\therefore\ a=-\dfrac{2}{3}$

$y=\dfrac{b}{x}$ 에 $x=3,\ y=-4$ 를 대입하면

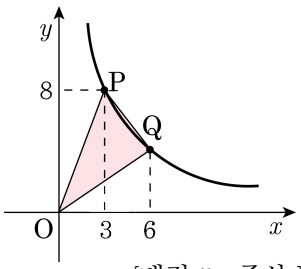
$-4=\dfrac{b}{3}\quad\therefore\ b=-12$

$y=-\dfrac{12}{x}$ 에 $x=c,\ y=8$ 을 대입하면

$8=-\dfrac{12}{c}\quad\therefore c=-\dfrac{3}{2}$

$\therefore\ abc=\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times(-12)\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)=-12$

15. 다음 그림과 같이 함수 $y=\dfrac{a}{x}$ $(x>0)$ 의 그래프 위의 두 점 P, Q 가 있을 때, 삼각형 POQ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

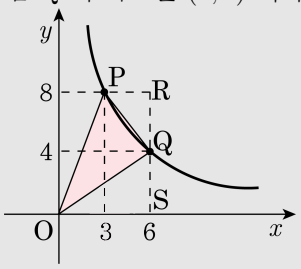
▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$y=\dfrac{a}{x}$ 에 $x=3,\ y=8$ 을 대입하면 $8=\dfrac{a}{3}\quad\therefore$ $a=24$

$y=\dfrac{24}{x}$ 에 $x=6$ 을 대입하면 $y=\dfrac{24}{6}=4$ 이므로 점 Q 의 좌표는 $(6,4)$ 이다.



$\triangle POQ=\square POSR-(\triangle PQR+\triangle QOS)$

$=\dfrac{1}{2}\times(3+6)\times 8-\left(\dfrac{1}{2}\times 3\times 4+\dfrac{1}{2}\times 6\times 4\right)$

$=36-(6+12)$

$=18$