

단원테스트 1차

1. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 5$ 을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 고칠 때, $a + p + q$ 의 값을 구하면?

[배점 2, 하중]

- ① -11 ② -12 ③ -13
 ④ -14 ⑤ -15

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 5 = 2(x^2 - 6x) + 5 \\ &= 2(x - 3)^2 - 18 + 5 \\ &= 2(x - 3)^2 - 13 \\ a &= 2, p = -3, q = -13 \\ \therefore a + p + q &= 2 + (-3) + (-13) = -14 \end{aligned}$$

2. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3$ 을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 고칠 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: -5

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 8x + 3 = 2(x^2 - 4x) + 3 \\ &= 2(x - 2)^2 - 8 + 3 \\ &= 2(x - 2)^2 - 5 \\ a &= 2, p = -2, q = -5 \\ \therefore a + p + q &= 2 + (-2) + (-5) = -5 \end{aligned}$$

3. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $f(0) = 0$ ② $f(-1) = 0$
 ③ $f(1) = 2$ ④ $f(2) = 3$
 ⑤ $f(-2) = 7$

해설

$$② f(-1) = (-1)^2 - 2 \times (-1) - 3 = 0$$

4. 다음에서 이차함수인 것은? [배점 2, 하중]

- ① $y = -5x + 1$
 ② $y = x^2 - (x + 1)^2$
 ③ $y = 3 - 2x^2 + x(1 + 2x)$
 ④ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$
 ⑤ $y = (x - 4)^2 - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

해설

$$③ y = x + 3$$

5. 이차함수 $y = -3x^2 + kx + 7$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위가 $x < 4$ 일 때, k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

축의 방정식 $x = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + kx + 7 \\ &= -3(x - 4)^2 + 55 \\ &= -3x^2 + 24x + 7 \\ \therefore k &= 24 \end{aligned}$$

6. 이차함수 $y = -4x^2 + kx + 2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위가 $x < \frac{1}{2}$ 일 때, k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

축의 방정식 $x = \frac{1}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= -4x^2 + kx + 2 \\ &= -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3 \\ &= -4x^2 + 4x + 2 \\ \therefore k &= 4 \end{aligned}$$

7. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시켰더니 $y = 3x^2 + 12x + 16$ 의 그래프가 되었다. $p + q$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 + 6x + 5 = 3(x + 1)^2 + 2 \\ x, y \text{ 축의 방향으로 각각 } p, q \text{ 만큼 평행이동하면} \\ y &= 3(x + 1 - p)^2 + 2 + q \\ y &= 3x^2 + 12x + 16 = 3(x + 2)^2 + 4 \\ \therefore 1 - p &= 2, \quad p = -1 \\ 2 + q &= 4, \quad q = 2 \\ \therefore p + q &= 1 \end{aligned}$$

8. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 - 12x + 13$ 의 그래프가 되었다. p, q 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

▷ 정답 : $q = -8$

해설

$$y = 2x^2 + 4x + 5 = 2(x+1)^2 + 3$$

x, y 축의 방향으로 각각 p, q 만큼 평행이동하면

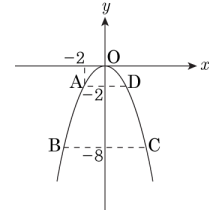
$$y = 2(x+1-p)^2 + 3 + q$$

$$y = 2x^2 - 12x + 13 = 2(x-3)^2 - 5$$

$$\therefore 1-p = -3, \quad p = 4$$

$$3+q = -5, \quad q = -8$$

9. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$y = ax^2$ 가 점 $(-2, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = 4a, \quad a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2, \quad y = -8$$

일 때, $x = \pm 4$

A $(-2, -2)$, B $(-4, -8)$

C $(4, -8)$, D $(2, -2)$

(□ABCD 의 넓이)

$$= (8+4) \times (8-2) \times \frac{1}{2} = 36$$

10. 이차함수 $y = 2(x-1)^2 - 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(2, -3)$ 을 지날 때, q 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면
 $y = 2(x-1)^2 - 3 + q$ 이므로
 점 $(2, -3)$ 을 대입하면
 $-3 = 2 - 3 + q, q = -2$

11. 이차함수 $y = 2(x+1)^2 - 7$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(-3, 5)$ 를 지날 때, q 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 2(x+1)^2 - 7$ 의 그래프를
 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면
 $y = 2(x+1)^2 - 7 + q$ 이므로 점 $(-3, 5)$ 를 대입
 하면
 $5 = 8 - 7 + q, q = 4$

12. 이차함수 $y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때, 최댓값 3 을 가진다. 이때, ac 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

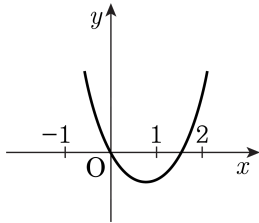
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

$y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때,
 최댓값 3 이므로
 $y = a(x+6)^2 + 3 = ax^2 + 12ax + 36a + 3$
 $12a = -6, 36a + 3 = c$ 이므로
 $a = -\frac{1}{2}, -18 + 3 = c, c = -15$
 $\therefore ac = -\frac{1}{2} \times (-15) = \frac{15}{2}$

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호 또는 값을 구하면?



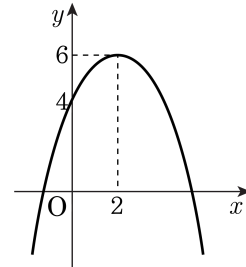
[배점 3, 중하]

- ① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a > 0, b > 0, c = 0$
 ③ $a > 0, b < 0, c > 0$ ④ $a > 0, b < 0, c = 0$
 ⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $c = 0$
 아래로 볼록하므로 $a > 0$
 축이 양수이므로 $b < 0$

14. 다음 포물선의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $2a - b + c$ 의 값을 구하면?



[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 6)$ 이므로

$y = a(x - 2)^2 + 6$ 에 점 $(0, 4)$ 를 대입하면

$$a(0 - 2)^2 + 6 = 4, 4a + 6 = 4, a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 6 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 2, c = 4$$

$$\therefore 2a - b + c = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 + 4 = 1$$

15. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

[배점 3, 중하]

- ① $(-7, -1)$ ② $(-7, 0)$ ③ $(-6, -1)$
 ④ $(-6, 0)$ ⑤ $(-5, -1)$

해설

$y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ 을 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면
 $y = -\frac{1}{3}(x+2+4)^2 - 3 + 3 = -\frac{1}{3}(x+6)^2$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.

16. 포물선 $y = (x-2a+1)^2 - 5a$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있을 때, a 의 값의 범위를 구하면?

[배점 3, 중하]

- ① $a < 0$ ② $a < \frac{1}{2}$ ③ $a > 0$
 ④ $a > \frac{1}{2}$ ⑤ $a > -\frac{1}{2}$

해설

꼭짓점의 좌표는 $(2a-1, -5a)$ 이다.
 제 2 사분면 위에 있으므로
 $2a-1 < 0, -5a > 0$ 이다.
 $a < \frac{1}{2}, a < 0$
 $\therefore a < 0$

17. 이차함수 $y = 2x^2 - 3$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-1, m), (3, n)$ 에서 만날 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 2x^2 - 3$ 에 두 점 $(-1, m), (3, n)$ 을 대입하면
 $m = 2 \times (-1)^2 - 3 = -1$
 $n = 2 \times 3^2 - 3 = 15$
 $y = ax + b$ 가 $(-1, -1), (3, 15)$ 를 지나므로
 $-1 = -a + b, 15 = 3a + b$
 $\therefore a = 4, b = 3, a - b = 1$

18. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 에서 만날 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 에 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 을 대입하면
 $m = \frac{1}{2} \times (-2)^2 + 5 = 7$
 $n = \frac{1}{2} \times 4^2 + 5 = 13$
 $y = ax + b$ 가 $(-2, 7), (4, 13)$ 을 지나므로

$$\begin{array}{rcl} 7 & = & -2a + b \\ -) 13 & = & 4a + b \\ \hline -6 & = & -6a \end{array} \quad a=1, b=9$$

$\therefore a + b = 1 + 9 = 10$

19. $x + y = 3$ 일 때, $3x^2 + y^2$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

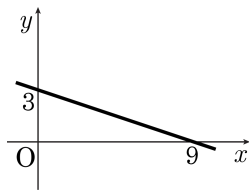
▷ 정답 : 최솟값 = $\frac{27}{4}$

해설

$$\begin{aligned} x + y &= 3, y = 3 - x, \\ 3x^2 + y^2 &= 3x^2 + (3 - x)^2 \\ &= 3x^2 + 9 - 6x + x^2 \\ &= 4x^2 - 6x + 9 \\ &= 4\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{4} + 9 \\ &= 4\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{27}{4} \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $\frac{27}{4}$ 이다.

20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

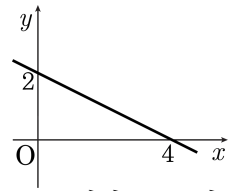
▷ 정답 : $\left(-\frac{1}{2}, \frac{37}{12}\right)$

해설

$$\begin{aligned} \text{주어진 일차함수가 } y &= -\frac{1}{3}x + 3 \text{ 이므로} \\ a &= -\frac{1}{3}, b = 3 \\ y &= -\frac{1}{3}x^2 + ax + b = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + 3 \\ &= -\frac{1}{3}(x^2 + x) + 3 = -\frac{1}{3}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{37}{12} \end{aligned}$$

∴ 꼭짓점 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{37}{12}\right)$

21. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\left(-\frac{1}{2}, \frac{17}{8}\right)$

해설

$$\begin{aligned} \text{주어진 일차함수가 } y &= -\frac{1}{2}x + 2 \text{ 이므로} \\ a &= -\frac{1}{2}, b = 2, \\ y &= -\frac{1}{2}x^2 + ax + b = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 2 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 + x) + 2 = -\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{17}{8} \end{aligned}$$

∴ 꼭짓점 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{17}{8}\right)$

22. 한 개에 200 원씩 팔면 400 개 팔리는 사탕이 있다. 사탕의 가격을 x 원 내리면 $5x$ 개 더 팔린다고 할 때, 이 상품의 총 판매 금액이 최대가 되게 하려면 한 개의 판매 가격을 얼마로 정해야 하는가?

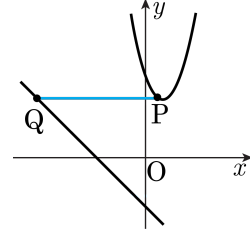
[배점 5, 중상]

- ① 140 원 ② 170 원 ③ 180 원
④ 190 원 ⑤ 200 원

해설

판매 가격 $200 - x$, 판매 개수 $400 + 5x$
 (총 판매금액) $= (200 - x)(400 + 5x)$
 $= 80000 + 1000x - 400x - 5x^2$
 $= -5(x^2 - 120x) + 80000$
 $= -5(x - 60)^2 + 98000$
 $x = 60$ 일 때, 최대 금액은 98000 (원)이다.
 따라서 판매 가격은 $200 - 60 = 140$ (원)이다.

23. 다음 그림에서 포물선 $y = x^2 - 3x + 7$ 위의 한 점 P 와 직선 $y = -x - 4$ 위의 한 점 Q 에 대하여 $\overline{PQ}$ 가 x 축에 평행할 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$y = x^2 - 3x + 7$ 에서 점 P 의 좌표는 $P(a, a^2 - 3a + 7)$
 $y = -x - 4$ 에서 점 Q 의 좌표는 $Q(b, -b - 4)$
 점 P 와 점 Q 의 y 좌표가 같으므로
 $a^2 - 3a + 7 = -b - 4$, $b = -a^2 + 3a - 11$ 이다.
 $\overline{PQ} = a - b = a^2 - 2a + 11 = (a - 1)^2 + 10$
 $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 10 이다.

24. 포물선 $f(x) = ax^2 + bx + 4$ 는 점 $(-1, 4)$ 를 지나고,
 $g(x) = mx^2 + nx + p$ 는 점 $(-5, -2)$ 를 지난다. 두
포물선이 y 축에 대하여 대칭일 때, 포물선 $g(x)$ 의
꼭짓점의 좌표를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $(\frac{1}{2}, \frac{61}{16})$ ② $(\frac{1}{2}, \frac{31}{8})$ ③ $(\frac{1}{2}, \frac{63}{16})$
④ $(\frac{1}{2}, 4)$ ⑤ $(\frac{1}{2}, \frac{163}{40})$

해설

두 포물선 $f(x)$, $g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이므로
 $f(x)$ 는 점 $(-1, 4)$ 와 점 $(-5, -2)$ 를 지난다.
 $f(x) = ax^2 + bx + 4$ 에 두 점 $(-1, 4)$, $(-5, -2)$
를 대입하면 $a - b + 4 = 4$ 이므로 $a = b$ 이다.

$$25a - 5b + 4 = -2$$

$$20a = -6$$

$$a = b = -\frac{3}{10}$$

$$f(x) = -\frac{3}{10}x^2 - \frac{3}{10}x + 4 = -\frac{3}{10}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{163}{40}$$

따라서 $f(x)$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-\frac{1}{2}, \frac{163}{40})$ 이므로
 $g(x)$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(\frac{1}{2}, \frac{163}{40})$ 이다.

25. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2(x < 0) \\ 3x^2(x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와
점 A(2, 0) 에 대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때,
점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $-6\sqrt{3}$ ② $-7\sqrt{3}$ ③ $-8\sqrt{3}$
④ $-9\sqrt{3}$ ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 $P(a, b)$ 라고 하면 $b > 0$ 이므로
 $(\triangle POA \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.
따라서 $b = 24$ 이다.

$P(a, 24)$ 인 a 의 값을 구하면

(i) $a < 0$ 일 때

$y = x^2$ 에 $(a, 24)$ 를 대입하면

$$24 = a^2, a = -2\sqrt{6}$$

(ii) $a \geq 0$ 일 때

$y = 3x^2$ 에 $(a, 24)$ 를 대입하면

$$24 = 3a^2, a = 2\sqrt{2}$$

(i), (ii) 에서 $P(-2\sqrt{6}, 24)$ 또는 $P(2\sqrt{2}, 24)$ 이
다.

따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은

$$-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

26. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로

$$-\frac{a^2}{4} - b = 0, b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

27. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b,$$

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로

$$-\frac{a^2}{4} + b = 0, b = \frac{a^2}{4},$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$