

확인학습

1. 집합 $A = \{\emptyset, a, \{a, b\}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

집합 A 에서 $\{a, b\}$ 은 하나의 원소이므로 $n(A) = 3$ 이다.

2. $n(\{0, 1, 2, 3\}) - n(\{1, 2, 3\})$ 의 값으로 옳은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$n(\{0, 1, 2, 3\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4 - 3 = 1$$

3. 다음 중 집합이 될 수 없는 것은? [배점 3, 하상]

- ① 소수의 모임
② 가장 작은 자연수의 모임
③ 정수 전체의 모임
④ 10 보다 큰 8 의 약수들의 모임
⑤ 100 에 가까운 수들의 모임

해설

⑤ '가까운' 은 기준이 명확하지 않다.

4. 다음 중 집합인 것은? [배점 3, 하상]

- ① 예쁜 어린이들의 모임
② 우리 중학교 1 학년 1 반에서 야구를 잘하는 학생들의 모임
③ 4 와 10000 사이에 있는 자연수의 모임
④ 100 에 가까운 수들의 모임
⑤ 아주 큰 수들의 모임

해설

집합은 주어진 조건에 대하여 그 대상을 분명히 알 수 있어야 하므로 ③만이 집합이다.

5. 9보다 작은 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \in A$
 ④ $5 \notin A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다. 따라서 $1 \notin A$

6. 10 보다 작은 홀수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $2 \in A$ ② $3 \in A$ ③ $4 \in A$
 ④ $5 \notin A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 1, 3, 5, 7, 9 이므로 $3 \in A$ 이다.

7. 다음 중 옳게 연결된 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 짝수}\} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 10의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 3의 배수}\} = \{6, 12, 18, \dots\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 5이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$

해설

③ $\{x \mid x \text{는 10의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$ 이다.

8. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2)48 \\ 2)24 \\ 2)12 \\ 2)6 \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 \square 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

9. 집합 $A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 에서 $n(A) = 4$, $n(B) = 6$ 이므로
 $n(A) + n(B) = 10$ 이다.

10. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 홀수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $n(A) = 6$
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(B) = 6$
 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\} = \emptyset$
 이므로 $n(C) = 0$
 $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 6 + 6 + 0 = 12$

11. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $A = \{2\}$ 이면 $n(A) = 2$
- ③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$
- ④ $A = \{4, 6\}$, $B = \{6, 7, 8\}$ 일 때, $n(A) + n(B) = 4$
- ⑤ $A = \{x \mid 2 \times x = 12, x \text{는 짝수}\}$ 일 때, $n(A) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0$
- ② $n(A) = 1$
- ③ $3 - 2 = 1$
- ④ $n(A) + n(B) = 2 + 3 = 5$

12. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A = \{1, 3, 5\}$ 이면 $n(A) = 5$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 6$
- ③ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 2$
- ④ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$
- ⑤ $n(\emptyset) = 1$

해설

- ① $n(A) = 3$
- ② $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $n(A) = 4$
- ③ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 3 - 2 = 1$
- ⑤ $n(\emptyset) = 0$

13. 다음에서 집합인 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 귀여운 새들의 모임
- ㉡ 우리나라 중학생의 모임
- ㉢ 작은 수의 모임
- ㉣ 삼각형의 모임
- ㉤ 우리 반에서 수학을 잘 하는 학생의 모임

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

집합이란 특정한 조건에 맞는 원소들의 모임이다. 따라서 집합인 것은 우리나라 중학생의 모임과 삼각형의 모임이다. 따라서 2 개이다.

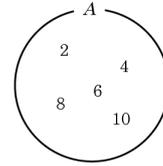
14. 2의 배수의 집합을 A, 3의 배수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $2 \in A, 1 \in B$ ② $3 \in A, 3 \notin B$
 ③ $5 \notin A, 5 \in B$ ④ $6 \in A, 6 \in B$
 ⑤ $9 \notin A, 9 \notin B$

해설

집합 A의 원소는 2, 4, 6, 8, ... 이고
 집합 B의 원소는 3, 6, 9, 12, ... 이다.
 따라서 $6 \in A, 6 \in B$ 이다.

15. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
 ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이다.

16. 다음 중 10 보다 작은 3의 배수의 집합을 원소나열법으로 바르게 나타낸 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 3, 6\}$ ② $\{2, 3, 6\}$
 ③ $\{3, 6, 9\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$
 ⑤ $\{3, 6, 9, 12\}$

해설

$\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\} = \{3, 6, 9\}$

17. 두 집합 $A = \{0, 1, \{\emptyset\}, \{0, 1, \emptyset\}\}$, $B = \{a, b, \{a, b, c\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하면?
[배점 5, 중상]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.
 $n(A) = 4, n(B) = 3$ 이므로 $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

18. 두 집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \{5, 6, 7\}\}$, $B = \{0, \emptyset, \{\emptyset\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 1

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.
따라서 $n(A) = 4, n(B) = 3$ 이고, $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

19. $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 옳은 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $n(A \cup B) = 5$
② $n(A \cap B) = 4$
③ $n(A \cap B^c) = 1$
④ $n(B^c - A) = 13$
⑤ $n(A - B) + n(B - A) = 3$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

- ① $n(A \cup B) = n(\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}) = 6$
② $n(A \cap B) = n(\{1, 2, 4\}) = 3$
③ $n(A \cap B^c) = n(\{8\}) = 1$
④ $n(B^c - A) = n(\{6, 7, 9, 10, 11, \dots, 20\}) = 14$
⑤ $n(A - B) + n(B - A) = n(\{8\}) - n(\{3, 5\}) = 1 - 2 = -1$

20. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $8 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 모든 자연수 n 의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 38

해설

4의 배수 4, 8, 12, ... 에서 8은 포함하지 않고 12는 포함하므로 $n = 8, 9, 10, 11$ 이다. 따라서 모든 n 의 값의 합은 38이다.

21. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $9 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 자연수 n 을 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

3의 배수 3, 6, 9, 12, ... 에서 9는 포함하지 않고 12는 포함하므로 $n = 9, 10, 11$ 이다.

22. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X+Y = \{x+y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자. $X = \{3, 6, 9, \dots\}$, $Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $X+Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 9개

해설

$X+Y$ 가 20 이하인 수는

$x = 3$ 일 때, $y = 5, 10, 15$ 의 3가지이고

$x = 6, 9$ 일 때, $y = 5, 10$ 의 각각 2가지이고

$x = 12, 15$ 일 때, $y = 5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

23. 두 집합 $A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 집합 C 가 다음을 만족할 때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

$$C = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in B\}$$

[배점 5, 중상]

- ① $\{1, 3\}$
- ② $\{1, 3, 5\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7\}$
- ④ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

해설

$0 + 1 = 1, 0 + 3 = 3, 0 + 5 = 5, 2 + 1 = 3, 2 + 3 = 5, 2 + 5 = 7, 4 + 1 = 5, 4 + 3 = 7, 4 + 5 = 9$ 이므로 $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이다.

24. 두 집합 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

- ① $\{0\}$
- ② $\{0, 1\}$
- ③ $\{0, 1, 2\}$
- ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
- ⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$ 이므로 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ 이다.

25. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합 $A = \{a \mid a \in A \text{이면 } 48 \div a \in A, a \text{는 자연수}\}$ 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 124

해설

$A = \{a \mid a \in A \text{이면 } 48 \div a \in A, a \text{는 자연수}\}$ 조건으로 집합 A 의 원소는 48 의 약수라는 것을 알 수 있다.

48 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 이므로

집합 A 의 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 + 16 + 24 + 48 = 124$

26. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2}x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로 집합 A 를 구하면,

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\}$$

,
 $a_2 = \frac{3}{2}$, $a_3 = \frac{9}{4}$, $a_5 = \frac{81}{16}$ 이다.

$\therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16}$