

문제 풀이 과제

1. 다음 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $n(\{\emptyset\}) = 0$
- ② $n(\{2\}) = 2$
- ③ $n(\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}) = 6$
- ④ $n(\{x \mid x \text{는 } 2 < x < 3 \text{인 자연수}\}) = 1$
- ⑤ $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 2$

해설

$$n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 3 - 1 = 2$$

2. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 예쁜 여학생들의 모임
- ② 큰 수의 모임
- ③ 우리 반에서 안경을 낀 학생들의 모임
- ④ 12의 약수들의 모임
- ⑤ 노래를 잘 부르는 학생들의 모임

해설

예쁘다거나, 크다거나, 노래를 잘 부른다는 조건 만으로는 대상을 분명히 알 수가 없다.

3. $A = \{2, 4, 6, 9, 10\}$, $B = \{2, 7, 9, 10\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 있는 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{2, 4\}$
- ② $\{2, 6\}$
- ③ $\{4, 6\}$
- ④ $\{4, 6, 7\}$
- ⑤ $\{4, 6, 9, 11\}$

해설

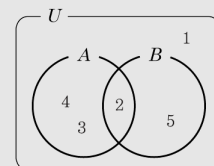
$(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 $\{4, 6\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 9, 10\}$ 이다. 따라서 X 가 될 수 있는 집합은 $\{4, 6\}$ 이다.

4. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 A , B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{5\}$, $A^c \cap B^c = \{1\}$ 일 때, 집합 A 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{2\}$
- ② $\{3\}$
- ③ $\{2, 3\}$
- ④ $\{2, 4\}$
- ⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{2, 3, 4\}$ 이다.



5. 우리 반 학생 중에서 형이 있는 학생이 15 명, 누나가 있는 학생이 10 명이고, 형과 누나가 모두 있는 학생이 5 명이다. 형이나 누나가 있는 학생의 수는?

[배점 3, 중하]

- ① 10명 ② 12명 ③ 15명
④ 17명 ⑤ 20명

해설

형이 있는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 15$
 누나가 있는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 10$
 형과 누나가 모두 있는 학생은 $A \cap B$ 이므로
 $n(A \cap B) = 5$
 형이나 누나가 있는 학생은 $A \cup B$ 이다.
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 15 + 10 - 5 = 20$
 따라서 형이나 누나가 있는 학생은 모두 20 명이다.

6. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 9 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{x | x \text{는 짝수}\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은? [배점 3, 중하]

- ① $\{1\}$ ② $\{1, 5\}$
③ $\{1, 3\}$ ④ $\{3, 5, 7\}$
⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

A^c 과 B^c 을 각각 구한 후, 교집합을 구한다.
 $A^c = U - A$, $B^c = U - B$
 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 4, 6\}$
 $, B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로
 $A^c = \{3, 5, 7, 8\}$, $B^c = \{1, 3, 5, 7\}$
 $\therefore A^c \cap B^c = \{3, 5, 7\}$

7. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 15 개일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:
 ▷ 정답: 4

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합
 이므로, 진부분집합의 수 = 부분집합의 수 - 1 이 된다.
 따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $15 + 1 = 16$ 개이며, $2^n = 16 \therefore n = 4$ 이다.

8. $A = \{1, x, 3\}, B = \{x - 1, 5, 6\}$ 이고 $A - B = \{2, 3\}$ 일 때, $B \cap A^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 5\}$ ② $\{1, 6\}$ ③ $\{2, 5\}$
 ④ $\{2, 6\}$ ⑤ $\{5, 6\}$

해설

$A - B = \{2, 3\}$ 이므로 $x = 2$ 이다. 따라서 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 5, 6\}$ 이고 $B \cap A^c = B - A = \{5, 6\}$ 이다.

9. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

$$A \subset B, B \subset D, C \subset D, D \subset E$$

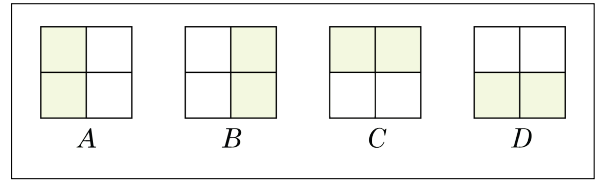
[배점 5, 중상]

- ① 집합 A 는 집합 E 의 부분집합이다.
 ② 집합 B 는 집합 E 의 부분집합이다.
 ③ 집합 C 는 집합 E 의 부분집합이다.
 ④ 집합 B 는 집합 C 의 부분집합이다.
 ⑤ $D \subset C$ 이면, $A \subset C$ 이다.

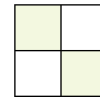
해설

④ 집합 B 가 집합 C 의 부분집합인지는 주어진 조건만으론 알 수 없다.

10. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 표현한 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $(A \cup B) - (A \cap B)$
 ② $(D \cup C) - (B \cap C)$
 ③ $(A \cup D) - (A \cap D)$
 ④ $(A - C) \cup (C - B)$
 ⑤ $(A - D) \cup (B - A)$

해설

$$(A \cup D) - (A \cap D)$$

11. 1 학년 1 반 학생 45 명 중 수박을 좋아하는 학생이 35 명, 자두를 좋아하는 학생이 27 명이다. 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생 수의 최대값과 최소값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대값 : 27 명

▷ 정답 : 최소값 : 17 명

해설

1 학년 1 반의 학생의 집합을 U , 수박을 좋아하는 학생의 집합을 A , 자두를 좋아하는 학생의 집합을 B 라 두면, 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이고,

$n(U) = 45, n(A) = 35, n(B) = 27$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \leq 45$ 이므로,

$17 \leq n(A \cap B) \leq 27$

따라서 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생 수의 최대값과 최소값은 각각 27 명과 17 명

12. 전체집합 $U = \{3x + 1 | x < 10, x \text{는 자연수}\}$ 의 부분 집합 A, B 가 있다.

$A^c \cap B^c = \{28\}$, $(A \cup B) - (A \cap B) = \{4, 10, 19, 25\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$U = \{3x + 1 | x < 10, x \text{는 자연수}\} = \{4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28\}$,

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{28\}$,

$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = \{4, 10, 19, 25\}$,

전체집합 U 는 $A - B$, $B - A$, $(A \cup B)^c$, $A \cap B$ 로 이루어지므로,

$A \cap B = \{7, 13, 16, 22\}$ 이다.

$\therefore n(A \cap B) = 4$

13. 집합 $A = \{a, d, e\}$ 이고 집합 $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, $A \cap X = \{a, e\}$, $c \notin X$, $X \cup B = B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 B 의 부분집합 중 원소 a, e 는 포함하고, 원소 c, d 는 포함하지 않는 부분집합의 수를 구한다.

$2^{6-2-2} = 2^2 = 4$ (개)

14. 무한집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 $(A \cup B)^c = A \cap B^c = \emptyset$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

[배점 6, 상중]

- ① A 는 무한집합이다.
- ② B 는 무한집합이다.
- ③ A 가 무한집합이면 B 는 유한집합이다.
- ④ A 가 유한집합이면 B 는 유한집합이다.
- ⑤ A, B 모두 무한집합이 아니다.

해설

- ① A 가 유한집합이면, $(A \cup B)^c = \emptyset$ 가 되려면 $A \cup B = U$ 이므로 B 는 무한집합이어야 한다.
- ② A 가 무한집합이면, $A \cap B^c = \emptyset$ 가 되려면 $A - B = \emptyset, A \subset B$ 이므로 B 도 무한집합이어야 한다. 따라서 B 는 항상 무한집합이다.

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 연산 과정 중 처음으로 잘못된 곳을 찾아라.

$$B^c - A^c = B^c \cap (A^c)^c = B^c \cap A = B - A = (A \cap B)$$

① ② ③ ④

[배점 6, 상상]

해설

$B^c \cap A = A - B$ 이다. 따라서 처음으로 잘못된 곳은 ③ $B - A$ 이다.

16. 집합 $A = \{1, 2 \times a, a + 2\}, B = \{a, 2 \times a - 2, 2 \times a - 7\}$ 이고 $A - B = \{8\}$ 일 때, $C = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $(A \cap C) \cup (B - C)$ 는?

[배점 6, 상상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$ ③ $\{1, 4, 6\}$
- ④ $\{2, 5, 6\}$ ⑤ $\{2, 6, 8\}$

해설

$A - B = \{8\}$ 이므로

(1) $2 \times a = 8$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 $A = \{1, 6, 8\}, B = \{1, 4, 6\}$ 이고 $C = \{1, 2, 3\}$ 이므로
 $(A \cap C) \cup (B - C) = \{1\} \cup \{4, 6\} = \{1, 4, 6\}$ 이다.

(2) $a + 2 = 8$ 일 때, $a = 6$ 이다.

따라서 $A = \{1, 8, 12\}, B = \{5, 6, 10\}$ 이므로 $A - B = \{1, 2, 14\} \neq \{8\}$ 이므로 조건에 맞지 않다.
 따라서 (1), (2) 에서 $(A \cap C) \cup (B - C) = \{1\} \cup \{4, 6\} = \{1, 4, 6\}$ 이다.