

멋쟁이택이문제

1. 두 집합 $A = \{x, y, \{x, y, \emptyset\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$A = \{x, y, \{x, y, \emptyset\}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$ 에서
 $n(A) = 3$ 이고, $n(B) = 3$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 0$ 이다.

2. 집합 $A = \{\emptyset, x, y, \{x, y\}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

집합 A 에서 $\{x, y\}$ 와 $\emptyset$ 은 하나의 원소이므로
 $n(A) = 4$ 이다.

3. 집합 $A = \{\emptyset, a, \{a, b\}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

집합 A 에서 $\{a, b\}$ 은 하나의 원소이므로 $n(A) = 3$ 이다.

4. $n(\{0, 1, 2, 3\}) - n(\{1, 2, 3\})$ 의 값으로 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(\{0, 1, 2, 3\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4 - 3 = 1$

5. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $B = \{0\}$ 이면 $n(B) = 1$ 이다.
- ② $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(C) = 4$ 이다.
- ③ $D = \{0, 1, 2, 3\}$ 이면 $n(D) = 4$ 이다.
- ④ $E = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면 $n(E) = 5$ 이다.
- ⑤ $n(\emptyset) = 0$ 이다.

해설

④ $E = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 $n(E) = 4$ 이다.

6. 8의 약수의 집합을 A , 5 이하의 홀수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $3 \in A$ ② $4 \notin A$ ③ $8 \in A$
- ④ $2 \notin B$ ⑤ $5 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 4, 8 이고 집합 B 의 원소는 1, 3, 5 이므로 $8 \in A$, $5 \in B$ 이다.

7. 집합 A 는 2, 3, 5, 7을 원소로 가질 때, 다음 중 틀린 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $1 \notin A$ ② $2 \in A$ ③ $6 \notin A$
- ④ $9 \in A$ ⑤ $3 \notin A$

해설

a 가 집합 A 의 원소이면 $a \in A$, b 가 A 의 원소가 아니면 $b \notin A$ 이다.

- ④ $9 \notin A$
- ⑤ $3 \in A$

8. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

9. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{\emptyset, 1, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$, $C = \{0, \emptyset, \{0, \emptyset\}\}$ 일 때, $n(A) + n(B) - n(C)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $n(A) = 4$ 이고, $n(B) = 4$, $n(C) = 3$ 이므로 $n(A) + n(B) - n(C) = 5$ 이다.

10. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 홀수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $n(A) = 6$
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(B) = 6$
 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\} = \emptyset$
 이므로 $n(C) = 0$
 $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 6 + 6 + 0 = 12$

11. $n(\{1, 3, 5, 7, 9\}) + n(\{1, 3, 9\}) + n(\{\emptyset\})$ 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$n(\{1, 3, 5, 7, 9\}) + n(\{1, 3, 9\}) + n(\{\emptyset\}) = 5 + 3 + 1 = 9$$

12. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $A = \{1, 3, 5\}$ 이면 $n(A) = 5$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 6$
 ③ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 2$
 ④ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$
 ⑤ $n(\emptyset) = 1$

해설

- ① $n(A) = 3$
 ② $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $n(A) = 4$
 ③ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 3 - 2 = 1$
 ⑤ $n(\emptyset) = 0$

13. 다음에서 집합이 아닌 것을 모두 골라라.

- ㉠ 6의 약수의 모임
- ㉡ 100보다 큰 수 중에 100에 가까운 수들의 모임
- ㉢ 100보다 큰 모든 자연수들의 모임
- ㉣ 우리 반에서 키가 제일 큰 학생의 모임
- ㉤ 잘 생긴 남학생의 모임

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉡ ‘가까운’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ㉤ ‘잘 생긴’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

14. 10보다 크고 20보다 작은 자연수 중에서 4의 배수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $10 \in A$ ② $14 \in A$ ③ $16 \notin A$
- ④ $18 \notin A$ ⑤ $20 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 12, 16 이므로 $18 \notin A$ 이다.

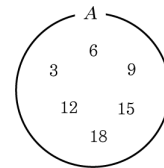
15. 10보다 작은 소수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $3 \notin A$ ② $7 \notin A$ ③ $9 \in A$
- ④ $2 \in A$ ⑤ $4 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 2, 3, 5, 7 이므로
④ $2 \in A$ 이다.

16. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이다.

17. 두 집합 $A = \{0, 1, \{\emptyset\}, \{0, 1, \emptyset\}\}$, $B = \{a, b, \{a, b, c\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하면?
[배점 5, 중상]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.
 $n(A) = 4, n(B) = 3$ 이므로 $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

18. 두 집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \{5, 6, 7\}\}$, $B = \{0, \emptyset, \{\emptyset\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 1

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.
따라서 $n(A) = 4, n(B) = 3$ 이고, $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

19. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $8 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 모든 자연수 n 의 합을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 38

해설

4의 배수 4, 8, 12, ... 에서 8은 포함하지 않고 12는 포함하므로 $n = 8, 9, 10, 11$ 이다. 따라서 모든 n 의 값의 합은 38이다.

20. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $9 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 자연수 n 을 모두 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : 9
▷ 정답 : 10
▷ 정답 : 11

해설

3의 배수 3, 6, 9, 12, ... 에서 9는 포함하지 않고 12는 포함하므로 $n = 9, 10, 11$ 이다.

21. 자연수들로 이루어진 두 집합 A, B 에 대하여 $A+B = \{a+b \mid a \in A, b \in B\}$ 라 하자. $A = \{2, 4, 6, \dots\}$, $B = \{3, 6, 9, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $A+B$ 의 원소 중에서 10 이하의 자연수의 개수는? [배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A+B$ 가 10 이하인 수는
 $A=2$ 일 때, $B=3, 6$ 의 2가지이고
 $A=4$ 일 때, $B=3, 6$ 의 2가지이고
 $A=6$ 일 때, $B=3$ 이므로 모두 5개의 자연수가 있다.

22. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X+Y = \{x+y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자. $X = \{3, 6, 9, \dots\}$, $Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $X+Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 9개

해설

$X+Y$ 가 20 이하인 수는
 $x=3$ 일 때, $y=5, 10, 15$ 의 3가지이고
 $x=6, 9$ 일 때, $y=5, 10$ 의 각각 2가지이고
 $x=12, 15$ 일 때, $y=5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

23. 두 집합 $A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 집합 C 가 다음을 만족할 때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

$$C = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in B\}$$

[배점 5, 중상]

- ① $\{1, 3\}$
 ② $\{1, 3, 5\}$
 ③ $\{1, 3, 5, 7\}$
 ④ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

해설

$0+1=1, 0+3=3, 0+5=5, 2+1=3, 2+3=5, 2+5=7, 4+1=5, 4+3=7, 4+5=9$ 이므로 $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이다.

24. 두 집합 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

- ① $\{0\}$ ② $\{0, 1\}$
 ③ $\{0, 1, 2\}$ ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
 ⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$ 이므로 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ 이다.

25. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P \mid P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

26. 집합 $S = \{\emptyset, 0, 1, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $0 \in S$ ② $\{0, 2\} \notin S$
 ③ $\emptyset \subset S$ ④ $\{1, 2\} \in S$
 ⑤ $\{\emptyset\} \in S$

해설

집합 S 의 원소는 $\emptyset, 0, 1, \{1, 2\}$ 이다.

① $0 \in S \rightarrow 0$ 은 집합 S 의 원소이므로 옳다.

② $\{0, 2\} \notin S \rightarrow 2$ 는 집합 S 의 원소가 아니므로 0 과 2 로 이루어진 집합은 S 의 부분집합이 될 수 없다. 따라서 $\{0, 2\} \notin S$ 는 옳다.

③ $\emptyset \subset S \rightarrow \emptyset$ 는 집합 S 의 원소이지만 공집합($\emptyset$)은 모든 집합의 부분집합이므로 옳다.

④ $\{1, 2\} \in S \rightarrow \{1, 2\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

⑤ $\{\emptyset\} \in S \rightarrow \{\emptyset\}$ 은 집합 S 의 원소가 아니므로 옳지 않다.