실력 확인 문제

1. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

[배점 2, 하중]

① $2^4 \times 3 \times 5$ ② $2^3 \times 3 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ④ $2^3 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

2)240
2)120
2) 60
2) 30
3) 15
5

$\therefore\ 240 = 2^4 \times 3 \times 5$

2. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

[배점 2, 하중]

① (14, 22) ② (21, 49) ③ (27, 72)

④ (15, 58) ⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

① (14, 22) ⇒ 2

② (21, 49) ⇒ 7

③(27, 72) ⇒ 9

④ (15, 58) ⇒ 1

⑤ (2, 20) ⇒ 2

3. 다음 수 중에서 합성수의 개수를 구하여라.

1 3 5 15 31 35 53

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

각각의 수의 약수를 적어 보면

1 의 약수 : 1

3 의 약수 : 1, 3

5 의 약수 : 1, 5

15 의 약수 : 1, 3, 5, 15

31 의 약수 : 1, 31

35 의 약수 : 1, 5, 7, 35

53 의 약수 : 1, 53

합성수는 15, 35 이다.

따라서 그 개수는 모두 2 개이다.

4. 다음 중 약수의 개수가 다른 것을 고르면?

[배점 3, 하상]

① 2^{11} ② $3^5 \times 7$ ③ 84

④ 132 ⑤ 180

해설

① $11+1=12$ (개)

② $(5+1)\times(1+1)=12$ (개)

③ $84=2^2\times3\times7$ 이므로

$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$ (개)

④ $132=2^2\times3\times11$ 이므로

$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$ (개)

⑤ $180=2^2\times3^2\times5$ 이므로

$(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$ (개)

5. 세 자연수 $5\times a$, $7\times a$, $3\times a$ 의 최소공배수가 420 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$a)\ 5\times a \quad 7\times a \quad 3\times a$

$\quad\ \ 5 \quad\ \ 7 \quad\ \ 3$

$a\times5\times7\times3=420$

$\therefore\ a=4$

6. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $7\times7\times7\times7\times7=7\times5$

㉡ $x\times x\times y\times x\times y=x^2\times y^3$

㉢ $4\times4=2^4$

㉣ $2\times3\times3\times3\times2=2^2+3^3$

㉤ $\frac{1}{5}\times3\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=3\times\frac{3}{5^3}$

[배점 3, 하상]

① 0 개 ② 1 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ $7\times7\times7\times7\times7=7^5$

㉡ $x\times x\times y\times x\times y=x^3\times y^2$

㉣ $2\times3\times3\times3\times2=2^2\times3^3$

㉤ $\frac{1}{5}\times3\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=3\times\left(\frac{1}{5}\right)^3$

7. 이진법으로 나타낸 수 중 가장 큰 세 자리 수와 가장 작은 세 자리 수의 차를 구하여라.
(십진법으로 나타내어라.) [배점 3, 중하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

세 자리의 이진법의 수는 $100_{(2)}$ 부터 $111_{(2)}$ 까지의 수이다.
따라서 가장 작은 세 자리 이진법의 수는 $100_{(2)} = 1 \times 2^2 = 4$ 이고, 가장 큰 세 자리 이진법의 수는 $111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 4 + 2 + 1 = 7$ 이다.
$\therefore\ 7 - 4 = 3$

8. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 3, 중하]

① $8015 = 8 \times 10^3 + 1 \times 10 + 5 \times 1$

② $1101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$

③ 십진법은 0 부터 9 까지의 숫자를 사용한다.

④ $1001 = 1 \times 2^3 + 1 \times 1$

⑤ $\underline{1}1001_{(2)}$ 에서 밑줄 친 숫자 1 이 실제로 나타내는 값은 8 이다.

해설

④ $1001 = 1 \times 10^3 + 1 \times 1$
⑤ $\underline{1}1011_{(2)}$ 에서 밑줄 친 숫자 1 은 2^4 의 자리이므로 $1 \times 2^4 = 16$ 을 나타낸다.

9. 사탕 75 개, 초콜릿 102 개, 풍선껌 153 개를 수학 반 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕이 3 개, 초콜릿이 6 개, 풍선껌이 9 개가 남았다. 가능한 수학 반 학생 수를 모두 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : 12 명
▷ 정답 : 24 명

해설

75 보다 3 작은 수, 102 보다 6 작은 수, 153 보다 9 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 72, 96, 144 의 공약수 중 가장 큰 나머지인 9 보다 큰 수를 구한다.

2) 72 96 144
2) 36 48 72
2) 18 24 36
3) 9 12 18
3 4 6

∴ 최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

최대공약수인 24 의 약수 중 9보다 큰 수는 12 와 24 이다. 따라서 12 명 또는 24 명이다.

10. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 A 가 있다. A 에 대한 다음 설명 중 빈 칸에 들어갈 수로 알맞은 것을 골라라.

(가) $\leq A <$ (나)

[배점 3, 중하]

① (가) : 2^2 (나) : 2^3 ② (가) : 2^3 (나) : 2^4

③ (가) : 2^4 (나) : 2^5 ④ (가) : 2^2 (나) : 2^2

⑤ (가) : 2^2 (나) : 2^5

해설

(가) 는 네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 작은 수이고, (나) 는 네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 큰 수보다 1 큰 수 혹은 그보다 더 큰 수이다.
네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 수 중 가장 작은 수는, $1000_{(2)}$ 이므로 $1000_{(2)} = 2^3$ 이고,
네 자리 이진법으로 나타낼 수 있는 가장 큰 수는, $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 15$ 이므로, 이보다 1 큰 수는 $15 + 1 = 16 = 2^4$ 이다.
따라서 (가) 는 2^3 이고, (나)는 2^4 혹은 2^4 보다 더 큰 수이다.
조건을 만족하는 것은 ② 뿐이다.

11. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

① 십진법에서 사용하는 수는 1 부터 9 까지 모두 9 개이다.

② 이진법은 자리가 하나씩 올라감에 따라 자리의 값이 2 배씩 커진다.

③ $1 \times 10^4 + 1 \times 10 = 10010$

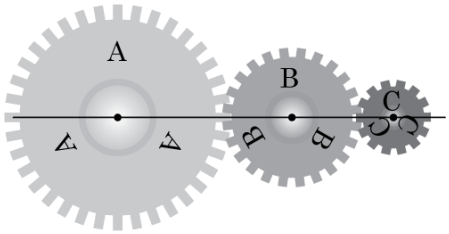
④ $12 = 1100_{(2)}$

⑤ $2 + 2 = 101_{(2)}$

해설

① 0 부터 9 까지의 10 개이다.
⑤ $2 + 2 = 4$
$101_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 4 + 1 = 5$

12. 다음 그림과 같이 서로 맞물려 돌아가는 세 톱니바퀴 A, B, C의 톱니의 수는 각각 36개, 24개, 14개이다. 세 톱니바퀴가 돌아 원래 모양이 되려면 톱니바퀴 A는 몇 번 회전해야 하는지 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 14번

해설

세 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 36, 24, 14의 최소공배수인 504개이므로, 톱니바퀴 A는 $504 \div 36 = 14$(번) 회전해야 한다.

13. 다음 중 소수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

① $10_{(2)}$ ② $11_{(2)}$ ③ $111_{(2)}$

④ $1001_{(2)}$ ⑤ $1011_{(2)}$

해설

① $10_{(2)} = 2$

② $11_{(2)} = 3$

③ $111_{(2)} = 7$

④ $1001_{(2)} = 9$

⑤ $1011_{(2)} = 11$

따라서 소수가 아닌 것은 ④이다.

14. 어느 보석 가게에는 1g, 2g, 4g, 8g, 16g짜리 저울추가 각각 1개씩 있다. 이들 저울추로 금 25g의 무게를 측정할 때, 사용되는 저울추는 모두 몇 개인가?

[배점 4, 중중]

① 1개 ② 2개 ③ 3개

④ 4개 ⑤ 5개

해설

$1 = 1 \times 1$, $2 = 1 \times 2$, $4 = 1 \times 2^2$, $8 = 1 \times 2^3$, $16 = 1 \times 2^4$ 이므로

25를 이진법으로 나타냈을 때, 1은 사용되는 저울추를 나타내고, 0은 사용되지 않는 저울추를 나타낸다.

$25 = 11001_{(2)}$ 이고 2^4 의 자리의 수와 2^3, 1 의 자리의 수가 1이므로 1g, 8g, 16g 의 3 개의 추를 사용한다.

15. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나열하여라.

㉠ $2 \times 3 \times 5$	㉡ $100000_{(2)}$
㉢ $11111_{(2)}$	㉣ $11010_{(2)}$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡, ㉢, ㉠, ㉣

해설

㉠ $2 \times 3 \times 5 = 30$

㉡ $100000_{(2)} = 2^5 = 32$

㉢ $11111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$

㉣ $11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 16 + 8 + 2 = 26$

따라서 큰 수부터 차례로 나열하면 ㉡, ㉢, ㉠, ㉣ 이다.

16. 120 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 30$

▷ 정답 : $b = 60$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는 $2 \times 3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

$\therefore a = 2 \times 3 \times 5 \times 1^2 = 30$

$120 \times a = 2^3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 5$

$= 2^4 \times 3^2 \times 5^2$

$= (2^2 \times 3 \times 5)^2$

$= b^2$

$\therefore b = 60$

17. 서로 다른 한 자리 소수 a, b, c 에 대하여 $a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해되는 자연수 N 에 3 을 곱하였더니 약수의 개수가 2 배가 되었다. 이때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

a, b, c 중 3이 있는 경우

$a=3$ 이라 하면

$2(l+1)(m+1)(n+1)=(l+2)(m+1)(n+1)$

$2l+2=l+2,\ l=0$

l, m, n 은 1 이상인 자연수이므로 a, b, c 중에 3 은 없다.

a, b, c 는 한 자리 소수 2, 3, 5, 7 중에서 3이 아니므로 2, 5, 7이다.

$\therefore\ 2+5+7=14$

18. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① 3 ② 6 ③ 12 ④ 27 ⑤ 48

해설

$\frac{432}{x}=\square^2$

$432=2^4\times 3^3$

나눠야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는 3× (지수가 짝수인 수) 의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

① 3

② 2×3

③ $2^2\times 3$

④ 3^3

⑤ $2^4\times 3$

19. $2^3\times 3^5\times 5$ 와 $2^3\times 3^4\times 5^2\times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3\times 3^4\times 5$ 이므로 이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.

2^2, 3^2, 3^4, $2^2\times 3^2$, $2^2\times 3^4$ 모두 5 개이다.

20. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x+y$ 의 값으로 알맞은 것은? [배점 5, 중상]

① 70 ② 80 ③ 90

④ 100 ⑤ 110

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$(2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2$, $x = 10$, $y = 60$

따라서 $x + y = 70$ 이다.