

실력 확인 문제

1. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20$, $n(A) = 9$, $n(B) = 7$, $n(A^c) = a$, $n(B^c) = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① 11 ② 13 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} a &= n(A^c) = n(U) - n(A) = 20 - 9 = 11 \\ b &= n(B^c) = n(U) - n(B) = 20 - 7 = 13 \\ \therefore a + b &= 11 + 13 = 24 \end{aligned}$$

2. 다음 집합을 조건제시법으로 나타낸 것이다. 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$
 ② $A - B = \{x | x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$
 ③ $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$
 ④ $A^c = \{x | x \in U \text{ 또는 } x \notin A\}$
 ⑤ $B - A = \{x | x \notin A \text{ 그리고 } x \in B\}$

해설

$$A^c = \{x | x \in U \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

3. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{3, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 A^c 은? [배점 2, 하중]

- ① $\{3, 5, 6, 7\}$
 ② $\{2, 4, 6, 8\}$
 ③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 ④ $\{1, 2, 4, 8, 9\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 8, 9, 10\}$

해설

$$\begin{aligned} U &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \\ A^c &= U - A = \{1, 2, 4, 8, 9, 10\} \end{aligned}$$

4. 다음 중 어떤 대상이 주어진 모임에 속하는지 속하지 않는지 분명하게 구분할 수 없는 것은? [배점 3, 하상]

- ① 3 보다 크고 10 보다 작은 2 의 배수의 모임
 ② 5 보다 큰 5 의 배수의 모임
 ③ 4 보다 작은 짝수의 모임
 ④ 혈액형이 A 형인 학생들의 모임
 ⑤ 1 에 가까운 자연수의 모임

해설

‘가까운’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

5. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$$A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\},$$

$$B = \{x | x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\},$$

$C = \{x | x \text{는 한 자리 짝수인 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① $B \subset A$ ② $A \subset C$ ③ $C \subset B$

④ $A \not\subset B$ ⑤ $A = C$

해설

$$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 2, 3, \dots, 9\},$$

$$C = \{2, 4, 6, 8\} \text{ 이므로}$$

$$C \subset B \text{ 이다.}$$

6. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x | x \text{는 } 110 \text{미만인 } 5 \text{의 배수}\}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 27

해설

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}, \quad B =$$

$$\{5, 10, 15, 20, \dots, 105\} \text{ 이므로}$$

$$n(A) = 6, \quad n(B) = 21$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 27$$

7. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{미만의 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 8 \text{미만의 } 20 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) = a$, 집합 B 의 부분집합의 개수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값을 골라라. [배점 3, 중하]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$A = \{8, 16\}, B = \{1, 2, 4, 5\} \text{ 이므로 } a = n(A) = 2 \text{ 이고,}$$

$$n(B) = 4 \text{ 이므로, } b = (B \text{의 부분집합의 개수}) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16 \text{ 이다.}$$

$$\therefore b - a = 16 - 2 = 14$$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 나머지와 다른 하나는? [배점 3, 중하]

① $A - B$ ② $A - (A \cap B)$

③ $A \cap B^c$ ④ $(A \cup B) - B$

⑤ $U - (A \cup B)^c$

해설

$$① A - B = \phi$$

$$② A - (A \cap B) = A - A = \phi$$

$$③ A \cap B^c = A - B = \phi$$

$$④ (A \cup B) - B = B - B = \phi$$

$$⑤ U - (A \cup B)^c = U - B^c = B$$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 15$, $n(A \cup B) = 20$, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(B)$ 는? [배점 3, 중하]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$20 = 15 + n(B) - 8$$

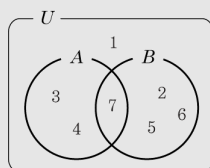
$$\therefore n(B) = 13$$

10. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{2, 5, 6\}$, $(A \cup B)^c = \{1\}$ 일 때, 집합 B 를 나타낸 것으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $\{2, 5, 6\}$ ② $\{2, 5, 6, 7\}$
 ③ $\{1, 2, 5\}$ ④ $\{1, 2, 5, 6\}$
 ⑤ $\{1, 2, 5, 6, 7\}$

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$$\therefore B = \{2, 5, 6, 7\}$$

[별해] $(A \cup B)^c = \{1\}$ 이므로

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이다.

$$B = (A \cup B) - (A - B) = \{2, 5, 6, 7\}$$

11. 두 집합 $A = \{8 - a, 5, 7\}$, $B = \{b, a, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 7\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$A \cap B = \{1, 7\}$ 이므로 $1 \in A$ 이다.

$$\therefore 8 - a = 1, \quad a = 7$$

따라서 $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{b, 7, 8\}$ 이다.

$(A \cup B) - A = \{3, 8\}$ 이므로 $3 \in B$ 이다.

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a + b = 7 + 3 = 10$$

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \leq x \leq 8 \text{인 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 3개인 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 10개

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 부분집합은

$\{4, 5, 6\}$, $\{4, 5, 7\}$, $\{4, 5, 8\}$, $\{4, 6, 7\}$,
 $\{4, 6, 8\}$, $\{4, 7, 8\}$, $\{5, 6, 7\}$, $\{5, 6, 8\}$,
 $\{5, 7, 8\}$, $\{6, 7, 8\}$ 따라서 부분집합의 개수는 10이다.

13. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 3개)
[배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
- ③ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

해설

- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$
- ④ 예를 들면 $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 이면 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$
- ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$

14. 두 집합 A , B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $\{4, 5\}$
- ② $\{2, 4, 5, 6\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.
④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supset 4$

15. 두 집합 $A = \{2, 4, a-1\}$, $B = \{a-8, a-3, b+2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 9\}$ 일 때, 집합 A 와 집합 B 의 합집합은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{2, 4, 8\}$ ② $\{2, 4, 7, 9\}$
 ③ $\{2, 4, 8, 9\}$ ④ $\{2, 4, 7, 8, 9\}$
 ⑤ $\{2, 4, 7, 9, 11\}$

해설

$A \cap B = \{2, 9\}$ 이므로 $9 \in A$
 $a-1 = 9 \therefore a = 10$
 $a = 10$ 이므로 $B = \{2, 7, b+2\}$
 $9 \in B$ 이므로 $b+2 = 9 \therefore b = 7$
 $A = \{2, 4, 9\}$, $B = \{2, 7, 9\}$ 이므로
 $A \cup B = \{2, 4, 7, 9\}$

16. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $n(A) = 14$, $n(B) = 31$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 의 값은?
 [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 7 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$,
 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 31 - 14 = 17$

17. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하면?
 [배점 5, 중상]

- ① 32 개 ② 64 개 ③ 128 개
 ④ 256 개 ⑤ 512 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는
 $2^3 = 8$ (개) 이므로 $n(B) = 8$ 이다.
 따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는
 $2^{n(B)} = 2^8 = 256$ (개) 이다.

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a^2 \text{을 } 10 \text{으로 나눈 나머지, } a \text{는 자연수}\}$ 일 때, A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 64 개

해설

제곱수의 일의 자리를 살펴보면 1^2 은 1, 2^2 은 4, 3^2 은 9, 4^2 은 6, 5^2 은 5, 6^2 은 6, 7^2 은 9, 8^2 은 4, 9^2 은 1, 10^2 은 0, 11^2 은 1, ... 이므로
 $A = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$
 따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$ (개) 이다.

19. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, a\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$B \subset A \text{ 이므로 } a \in A$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } a = 6$$

20. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$