

약점 보강 2

1. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

[배점 2, 하중]

- ① 3^{11} ② $2^3 \times 3^2$
 ③ $3^3 \times 7^2$ ④ $3^2 \times 5 \times 7$
 ⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $11 + 1 = 12$ (개)
 ② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)
 ③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)
 ④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
 ⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

2. 우리 동네는 아침에 분리수거차와 청소차가 각각 10일, 6일마다 온다. 오늘 동시에 분리수거차와 청소차가 왔을 때, 다음에 처음으로 동시에 오는 날은 며칠 후인지 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 30 일 후

해설

10과 6의 최소공배수는 30이므로 30일 후에 분리수거차와 청소차가 동시에 온다.

3. $11010_{(2)}$ 을 십진법의 전개식으로 바르게 나타낸 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $2 \times 10 + 6 \times 1$ ② $2 \times 10 + 5 \times 1$
 ③ $1 \times 10 + 3 \times 1$ ④ $2 \times 10 + 2 \times 1$
 ⑤ $5 \times 10 + 2 \times 1$

해설

$$\begin{aligned} 11010_{(2)} &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 \\ &= 16 + 8 + 2 = 26 \\ &= 2 \times 10 + 6 \times 1 \end{aligned}$$

4. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 2, 하중]

- ① 1 은 소수가 아니다.
 ② 모든 소수는 홀수이다.
 ③ 모든 수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
 ④ 가장 작은 소수는 3 이다.
 ⑤ 4 와 9 는 서로소이다.

해설

- ② 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.
 ③ 1 의 약수는 1 뿐이다.
 ④ 가장 작은 소수는 2 이다.

5. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$
 $(a, b \text{의 공약수의 개수}) = (24 \text{의 약수의 개수})$
 $= (3 + 1) \times (1 + 1)$
 $= 8(\text{개})$

6. 다음 수 중에서 소수의 개수를 구하여라.

1 3 6 27 29

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2 개

해설

각 수의 약수를 구해 보면
 1 의 약수 : 1
 3 의 약수 : 1, 3
 6 의 약수 : 1, 2, 3, 6
 27 의 약수 : 1, 3, 9, 27
 29 의 약수 : 1, 29
 소수는 약수가 2 개인 수이므로 3 과 29 이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 9 의 약수는 1, 3, 9 이다.
 ② 18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.
 ③ 9 와 18 의 최대공약수는 9 이다.
 ④ 9 와 18 의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9 의 약수와 같다.
 ⑤ 9 와 18 의 공약수의 개수는 2 개이다.

해설

⑤ 9 와 18 의 공약수의 개수는 최대공약수 9 의 약수와 개수와 같으므로 3개이다.

8. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고 최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$
 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$
 최소공배수 : $2^4 \times 3^3 \times 5$
 $a = 2, b = 3$

9. 공책 36 권, 볼펜 108 개, 지우개 54 개를 하나도 빠짐 없이 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 나누어 주는 지우개의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 3 개

해설

학생 수는 36, 108, 54 의 최대공약수 18 명이고,
나누어 주는 지우개의 개수는
 $54 \div 18 = 3$ (개)

10. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

[배점 3, 하상]

- ① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명
④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $70 = 2 \times 5 \times 7$
56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

11. $11101_{(2)}$ 에서 밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값은?

[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$11101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ 이므로
밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값은 4이다.

12. 다음 중 420 의 소인수가 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 소인수의 집합은
 $\{2, 3, 5, 7\}$

13. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 45

해설

두 자연수를 $A = 9 \times a$, $B = 9 \times b$
 $(a < b, a$ 와 b 는 서로소)라 하면
 $405 = 9 \times 9 \times a \times b \quad \therefore a \times b = 5$
 $\therefore (a, b) = (1, 5)$
 따라서 $A = 9$, $B = 9 \times 5 = 45$ 이다.

14. 두 자연수 $6 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times x = 90$
 따라서 $x = 3$ 이다.

15. 가로, 세로, 높이의 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는? [배점 3, 하상]

① 180 개

② 72 개

③ 36 개

④ 24 개

⑤ 15 개

해설

과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.
 따라서 상자의 개수는
 $(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72$ (개)

16. 가로, 세로, 높이가 각각 42cm, 70cm, 84cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체로 빈틈없이 채우려고 한다. 가능한 한 큰 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14cm

해설

정육면체가 가능한 한 커야하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.
 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는
 $42 = 2 \times 3 \times 7$, $70 = 2 \times 5 \times 7$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$
 의 최대공약수 $2 \times 7 = 14$ (cm)

17. 자연수 $2^3 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 12 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3 + 1)(a + 1) = 12$$

$$a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

18. 두 수 $10000_{(2)}$ 와 $10100_{(2)}$ 의 최대공약수를 A, 최소공배수를 B 라 할 때, $A - B$ 를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① -76 ② -140 ③ -152
④ -156 ⑤ -284

해설

$$10000_{(2)} = 1 \times 2^4 = 16 = 2^4$$

$$10100_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 = 20 = 2^2 \times 5$$

$$\text{두 수의 최대공약수 } A = 2^2 = 4,$$

$$\text{최소공배수 } B = 2^4 \times 5 = 80$$

$$\therefore A - B = -76$$

19. 두 자연수 48 , 56 의 최소공배수는?

[배점 3, 하상]

① $2^2 \times 6 \times 7$

② $2^4 \times 6 \times 7$

③ $2^3 \times 5 \times 7$

④ $2^4 \times 3 \times 7$

⑤ $2 \times 6 \times 7$

해설

$$48 = 2^4 \times 3, 56 = 2^3 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$\text{최소공배수는 } 2^4 \times 3 \times 7 \text{ 이다.}$$

20. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 6 분, 10 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 9 시 30 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 다시 세 버스가 동시에 출발하는 시각을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10 시 30 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 6, 10, 12 의 최소공배수 60 (분)

즉, 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

21. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $10 = 1010_{(2)}$ ② $7 = 1011_{(2)}$
 ③ $6 = 101_{(2)}$ ④ $8 = 1100_{(2)}$
 ⑤ $16 = 1101_{(2)}$

해설

- ③ $7 = 111_{(2)}$
 ③ $6 = 110_{(2)}$
 ④ $8 = 1000_{(2)}$
 ⑤ $16 = 10000_{(2)}$

22. 다음 중 소인수분해 한 것으로 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $124 = 2^2 \times 31$ ② $54 = 2 \times 3^3$
 ③ $72 = 2^3 \times 3^3$ ④ $196 = 2^2 \times 7^2$
 ⑤ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

해설

- ③ $2^3 \times 3^2$

23. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 250

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로
 $\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b$ 라 하면,
 a 는 $3, 2^2 \times 3, 2^2 \times 3 \times 7^2$ 이 가능하다.
 $a = 3$ 일 때, $b = 14^2 = 196$
 $a = 2^2 \times 3$ 일 때, $b = 7^2 = 49$
 $a = 3 \times 7^2$ 일 때, $b = 2^2 = 4$
 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때, $b = 1^2 = 1$
 $\therefore 196 + 49 + 4 + 1 = 250$

24. $96a = b^3$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = 18$

▶ 정답 : $b = 12$

해설

$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$
 지수가 3 의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.
 $\therefore a = 2 \times 3^2 = 18$
 $2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$
 $\therefore b = 12$