

약점 보강 1

1. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로, 세로의 길이가 각각 120cm , 180cm 인 식탁보를 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

[배점 2, 하중]

- ① 12cm ② 15cm ③ 30cm
 ④ 45cm ⑤ 60cm

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는 120 과 180 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맨다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 120 \ 180 \\ 2) \ 60 \ 90 \\ 3) \ 30 \ 45 \\ 5) \ 10 \ 15 \\ \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$$

2. 초콜릿 18 개와 젤리 24 개를 가능한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다.

몇 명의 학생들에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 학생 수는 18 과 24 의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 학생들에게 나누어 준다고 하였으므로 18 과 24 의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 18 \ 24 \\ 3) \ 9 \ 12 \\ \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 3 = 6(\text{명})$$

3. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 10 일 때, A 와 B 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 10 을 소인수분해하면 $10 = 2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이다.

따라서 두 자연수 A 와 B 의 공약수의 개수는 4 개이다.

4. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 8 일 때, 공약수의 개수는? [배점 2, 하중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.
최대공약수 8 을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.
따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 4 개이다.

5. 두 수 $2^3 \times 5^a \times 7$, $2^4 \times 5^5 \times 7^b$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$, 최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$ 이므로 $a = 3$, 최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 이므로 $b = 3$ 따라서 $a + b = 6$ 이다.

6. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가? [배점 3, 하상]

- ① 15 명 ② 14 명 ③ 12 명
④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $72 = 2^3 \times 3^2$
36, 60, 72 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

7. 십진법의 전개식 $4 \times 10^4 + 3 \times 10^2 + 6 \times 1$ 을 십진법의 수로 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① 436 ② 4036 ③ 4306
④ 40036 ⑤ 40306

해설

$4 \times 10^4 + 3 \times 10^2 + 6 \times 1 = 40306$

8. 최대공약수와 최소공배수가 각각 6, 126 인 조건을 만족시키는 두 자연수로 옳은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① 12, 126 ② 14, 42 ③ 6, 126
④ 18, 42 ⑤ 28, 84

해설

두 수를 A, B (단, $A < B$) 라 하면

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) A \quad B} \\ a \quad b \end{array}$$

$$\text{최소공배수 } 126 = 6 \times 21 = 6 \times a \times b$$

$$a \times b = 21 \quad (a < b, a, b \text{ 는 서로소})$$

$$\therefore (a, b) = (1, 21), (3, 7)$$

$$\text{따라서 } A = 6, B = 126 \text{ 또는 } A = 18, b = 42$$

9. 두 자연수 $15 \times x, 21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때, x 의 값으로 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$15 \times x = 3 \times 5 \times x, 21 \times x = 3 \times 7 \times x \text{ 의 최소공배수는 } 3 \times 5 \times 7 \times x = 210$$

$$\text{따라서 } x = 2 \text{ 이다.}$$

10. 서로 맞물려 회전하는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수는 20 개, B 의 톱니의 수는 18 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 각각 몇 바퀴 회전한 후인지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A : 9$ 바퀴

▷ 정답: $B : 10$ 바퀴

해설

20 과 18 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$20 = 2^2 \times 5, 18 = 3^2 \times 2 \text{ 이므로}$$

최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ (바퀴) 이다.

$$\therefore \text{톱니바퀴 } A \text{ 는 } \frac{180}{20} = 9(\text{바퀴}), \text{ 톱니바퀴 } B \text{ 는 } \frac{180}{18} = 10(\text{바퀴})$$

11. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 12

해설

$$(2+1)(n+1) = 24$$

$$n+1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

12. 4로 나누면 2가 남고, 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남는 자연수 중 가장 작은 세 자리의 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 118

해설

구하는 자연수를 x 라 하면 $x+2$ 는 4, 5, 6의 공배수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 $x+2$ 는 60, 120, 180, ... 이다.
따라서 x 는 58, 118, 178, ... 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 118이다.

13. 다음 중 밑줄 친 숫자가 실제로 나타내는 값이 가장 큰 것은? [배점 3, 하상]

- ① $10\underline{1}1_{(2)}$ ② $\underline{2}121$ ③ $8\underline{4}$
④ $\underline{1}0$ ⑤ $\underline{1}1010_{(2)}$

해설

- ① $10\underline{1}1_{(2)} : 2^1$ 의 자리의 수이므로 2를 나타낸다.
② $\underline{2}121 : 10$ 의 자리의 수이므로 20을 나타낸다.
③ $8\underline{4} : 1$ 의 자리의 수이므로 4를 나타낸다.
④ $\underline{1}0 : 10$ 의 자리의 수이므로 10을 나타낸다.
⑤ $\underline{1}1010_{(2)} : 2^4$ 의 자리의 수이므로 16을 나타낸다.
따라서 가장 큰 것은 ②이다.

14. $3^2 \times 5 \times 11^3$ 의 약수의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 9 개 ② 12 개 ③ 15 개
④ 18 개 ⑤ $\underline{24}$ 개

해설

약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (3+1) = 24$ (개)

15. 가로 6cm, 세로 9cm인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈 없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는? [배점 3, 하상]

- ① 6cm ② 9cm ③ 15cm
④ $\underline{18}$ cm ⑤ 36cm

해설

6과 9의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 18cm가 된다.

16. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 29

▷ 정답 : 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

17. 다음 수 중에서 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

1 2 5 9 13 15 19 26 52 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

주어진 수 중에서 소수는 2, 5, 13, 19 이다.

18. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 20cm, 높이가 8cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

① 70cm

② 80cm

③ 90cm

④ 100cm

⑤ 110cm

해설

가장 작은 정육면체 한 모서리의 길이는 16, 20, 8 의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{r} 2) 16 \quad 20 \quad 8 \\ 2) 8 \quad 10 \quad 4 \\ 2) 4 \quad 5 \quad 2 \\ \hline 2 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80(\text{cm})$$

19. 이진법의 수 $1011_{(2)}$ 를 ▶▶▶▶으로 나타낼 때, 27 을 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

- ① ▶▶▶▶ ② ▶▶▶▶▶ ③ ▶▶▶▶▶▶
 ④ ▶▶▶▶▶▶▶ ⑤ ▶▶▶▶▶▶▶▶

해설

27 을 이진법으로 나타내면 $11011_{(2)}$ 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 27} \\ 2 \overline{) 13} \cdots 1 \\ 2 \overline{) 6} \cdots 1 \\ 2 \overline{) 3} \cdots 0 \\ 2 \overline{) 1} \cdots 1 \\ 0 \cdots 1 \end{array}$$

▶▶▶▶▶▶▶

21. 이진법의 수 $1000_{(2)}$ 과 $11110_{(2)}$ 사이에 있는 소수의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$$1000_{(2)} = 2^3 = 8$$

$$11110_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 16 + 8 + 4 + 2 = 30$$

따라서 $1000_{(2)}$ 과 $11110_{(2)}$ 사이에 있는 소수는 11, 13, 17, 19, 23, 29로 총 6 개이다.

20. 9000 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$9000 = 2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 에서 소인수는 2, 3, 5 이므로
 합은 $2 + 3 + 5 = 10$

22. 다음 <보기> 중 소인수분해를 올바르게 한 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $45 = 3^2 \times 5$
- ㉡ $28 = 2^2 \times 7$
- ㉢ $150 = 2 \times 3^2 \times 7$
- ㉣ $512 = 2^9$
- ㉤ $72 = 2^2 \times 3^3$
- ㉥ $96 = 2^5 \times 3$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
- ② ㉡, ㉢, ㉤, ㉥
- ③ ㉠, ㉡, ㉣, ㉥
- ④ ㉡, ㉣, ㉤, ㉥
- ⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥

해설

- ㉢ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$
- ㉤ $72 = 2^3 \times 3^2$

23. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x+y$ 의 값으로 알맞은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 70
- ② 80
- ③ 90
- ④ 100
- ⑤ 110

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
 지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.
 $(2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2$, $x = 10$, $y = 60$
 따라서 $x + y = 70$ 이다.

24. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 5, 중상]

- ① $2 \times 3 \times 5$
- ② $2^3 \times 3 \times 5$
- ③ $2 \times 3^3 \times 5$
- ④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$
- ⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 으로 소인수분해되므로 인수 2, 3, 5는 홀수의 지수를 곱한다.
 $2^2 \times 3 \times 5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.