

실력 확인 문제

1. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?
[배점 2, 하중]

① 12 ② 18 ③ 32 ④ 36 ⑤ 75

해설

① $12 = 2^2 \times 3$
 $\therefore (2+1) \times (1+1) = 6(\text{개})$
 ② $18 = 2 \times 3^2$
 $\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$
 ③ $32 = 2^5$
 $\therefore (5+1) = 6(\text{개})$
 ④ $36 = 2^2 \times 3^2$
 $\therefore (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$
 ⑤ $75 = 3 \times 5^2$
 $\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

2. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을
구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)360} \\ 2 \overline{)180} \\ 2 \overline{)90} \\ 3 \overline{)45} \\ 3 \overline{)15} \\ \quad 5 \end{array}$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 3 + 2 + 1 = 6$$

3. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 2×3^2 일 때, a, b 의
공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 $2 \times 3^2 = 18$ 의 약수
 와 같으므로
 (a, b 의 공약수의 개수)
 $= (18 \text{ 의 약수의 개수})$
 $= (2 \times 3^2 \text{ 의 약수의 개수})$
 $= (1+1) \times (2+1)$
 $= 6(\text{개})$

4. 세 수 9, 18, 27 의 공배수 중 500 이하의 자연수는
모두 몇 개인가? [배점 3, 하상]

① 3 개 ② 5 개 ③ 7 개

④ 9 개 ⑤ 11 개

해설

9, 18, 27 의 공배수는 최소공배수 54 의 배수이
 므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이
 므로 9 개이다.

5. 다음 중 약수의 개수가 다른 것을 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① 2^{11} ② $3^5 \times 7$ ③ 84
④ 132 ⑤ 180

해설

- ① $11 + 1 = 12$ (개)
② $(5 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
③ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 이므로
 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
④ $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이므로
 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로
 $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

6. 세 자연수 $5 \times a$, $7 \times a$, $3 \times a$ 의 최소공배수가 420 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\begin{array}{l} a) \quad \begin{array}{ccc} 5 \times a & 7 \times a & 3 \times a \\ 5 & 7 & 3 \end{array} \\ a \times 5 \times 7 \times 3 = 420 \\ \therefore a = 4 \end{array}$$

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

- ① $8015 = 8 \times 10^3 + 1 \times 10 + 5 \times 1$
② $1101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$
③ 십진법은 0 부터 9 까지의 숫자를 사용한다.

④ $1001 = 1 \times 2^3 + 1 \times 1$

⑤ $11001_{(2)}$ 에서 밑줄 친 숫자 1 이 실제로 나타내는 값은 8 이다.

해설

- ④ $1001 = 1 \times 10^3 + 1 \times 1$
⑤ $11011_{(2)}$ 에서 밑줄 친 숫자 1 은 2^4 의 자리이므로 $1 \times 2^4 = 16$ 을 나타낸다.

8. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

- ① 30 명 ② 32 명 ③ 34 명
④ 36 명 ⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 64 \quad 96 \quad 128} \\ 2 \overline{) 32 \quad 48 \quad 64} \\ 2 \overline{) 16 \quad 24 \quad 32} \\ 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \\ 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8} \\ \quad 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

9. 가로 길이가 180cm 세로 길이가 150cm 인 직사각형 모양의 벽에 되도록 큰 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이와 필요한 타일의 개수를 각각 구한 것으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 60 개
② 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 30 개
③ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 60 개
④ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 30 개
⑤ 한 변의 길이 : 90cm , 타일의 개수 : 60 개

해설

타일의 한 변의 길이는 180, 150 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 180 \quad 150} \\ 3 \overline{) 90 \quad 75} \\ 5 \overline{) 30 \quad 25} \end{array} \therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$$

한 편, 필요한 타일의 개수는 직사각형 벽의 가로, 세로의 길이를 정사각형 타일의 한 변의 길이로 나눠 준 후 곱한 값이다.

$$(\text{가로}) = 180 \div 30 = 6(\text{개})$$

$$(\text{세로}) = 150 \div 30 = 5(\text{개})$$

$$\therefore (\text{필요한타일수}) = 6 \times 5 = 30(\text{개})$$

10. 가로 길이 18cm, 세로 길이 12cm, 높이 8cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 부피가 작은 정육면체를 만들려고 한다. 필요한 벽돌의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 216 개

해설

가로의 길이 18, 세로의 길이 12, 높이 8의 최소 공배수는 72이다.

$$(가로) = 72 \div 18 = 4(\text{개})$$

$$(세로) = 72 \div 12 = 6(\text{개})$$

$$(높이) = 72 \div 8 = 9(\text{개})$$

$$\therefore (\text{필요한 벽돌 수}) = 4 \times 6 \times 9 = 216(\text{개})$$

11. 두 수 18과 30의 공배수 중 가장 작은 세 자리 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 180

해설

18과 30의 공배수는 18과 30의 최소공배수의 배수와 같다.

$$18 = 2 \times 3^2, 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$18 \text{과 } 30 \text{의 최소공배수는 } 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

따라서 공배수 중 가장 작은 세 자리 수는 180이다.

12. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나열하여라.

$$\textcircled{A} 3^3$$

$$\textcircled{B} 10010_{(2)}$$

$$\textcircled{C} 2 \times 10 + 3 \times 1$$

$$\textcircled{D} 11010_{(2)}$$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{A}, \textcircled{D}, \textcircled{C}, \textcircled{B}$

해설

$$\textcircled{A} 3^3 = 27$$

$$\textcircled{B} 10010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 = 16 + 2 = 18$$

$$\textcircled{C} 2 \times 10 + 3 \times 1 = 23$$

$$\textcircled{D} 11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 16 + 8 + 2 = 26$$

따라서 큰 수부터 차례로 나열하면 $\textcircled{A}, \textcircled{D}, \textcircled{C}, \textcircled{B}$ 이다.

13. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 4, 중중]

- ① $1000_{(2)}$ 의 약 수 를 구 하 면 $1_{(2)}, 10_{(2)}, 100_{(2)}, 1000_{(2)}$ 이다.
 ② $111_{(2)}$ 보다 1 작은 수는 $11_{(2)}$ 이다.
 ③ 세 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두 3개이다
 ④ 이진법으로 나타낸 수에는 홀수가 없다
 ⑤ $11100_{(2)}$ 을 2로 나눈 나머지는 0이다

해설

- ① $1000_{(2)} = 8$ 의 약수를 구하면 $1_{(2)} = 1, 10_{(2)} = 2, 100_{(2)} = 4, 1000_{(2)} = 8$
 ② $111_{(2)} = 7$ 보다 1 작은 수는 $6 = 110_{(2)}$
 ③ 세 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두 $100_{(2)}, 101_{(2)}, 110_{(2)}, 111_{(2)}$ 의 4개이다.
 ④ 예를 들면, $1_{(2)} = 1$ 은 홀수이다.
 ⑤ $11100_{(2)} = 28$ 을 2로 나눈 나머지는 0이다.

14. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 48개, 32개이다. 톱니가 같은 이에서 처음으로 다시 맞물리기 위해 톱니바퀴 A, B가 각각 회전해야 하는 수를 a, b 라 할 때 $a + b$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

두 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 48과 32의 최소공배수인 96이므로 톱니바퀴 A는 $96 \div 48 = 2$ (번) 회전해야 하고, 톱니바퀴 B는 $96 \div 32 = 3$ (번) 회전해야 하므로 $a + b = 2 + 3 = 5$

15. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

1, 19, 29, 39, 49, 51, 59, 89

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

1의 약수 : 1
 39의 약수 : 1, 3, 13, 39
 49의 약수 : 1, 7, 49
 51의 약수 : 1, 3, 17, 51
 따라서 소수는 19, 29, 59, 89의 4개이다.

16. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 168 \text{의 소인수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

168을 소인수분해하면 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이다.

$A = \{2, 3, 7\}$ 의 부분집합의 개수는

$2^3 = 8$ (개)

17. 약수의 개수가 24개이고, $2^a \times 3^b \times 5^c$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단 a, b, c 는 자연수) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9개

해설

$$24 = 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 4 \times 3 = 4 \times 2 \times 3 = 4 \times 3 \times 2$$

$$= 2 \times 6 \times 2 = 2 \times 3 \times 4 = 3 \times 4 \times 2 = 3 \times 2 \times 4$$

$$= 6 \times 2 \times 2$$

이므로 자연수는 9개이다.

18. 다음에서 350과 서로소인 수를 모두 골라라.

㉠ 21

㉡ 46

㉢ 9

㉣ 23

㉤ 25

㉥ 169

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로

2, 5, 7의 배수가 아닌 수를 찾는다.

2의 배수는 46, 5의 배수는 25, 7의 배수는 21이

므로 350과 서로소인 수는 9, 23, 169이다.

19. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로 나누면 2가 남고 8로 나누면 5가 남는 수들의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 164

해설

5는 3으로 나눈 나머지가 2인 수이고, 3과 8의 최소공배수는 24이므로 구하려는 수는

$24n + 5 (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$ 인 수이다.

$\therefore 5, 29, 53, 77$ 이므로 $5 + 29 + 53 + 77 = 164$

20. 다음 중에서 옳은 것은?

㉠ $111_{(2)} = 2^3$

㉡ $100100_{(2)} < 5^2$

㉢ $11011_{(2)}$ 보다 1 큰 수는 $11111_{(2)}$ 이다.

㉣ $52 = 110100_{(2)}$

㉤ 이진법으로 나타낸 수 $1111_{(2)}$ 는 2로 나누어 떨어진다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ $111_{(2)} = 7$

㉡ $100100_{(2)} = 36 > 5^2 = 25$

㉢ $11011_{(2)} + 1 = 27 + 1 = 28 = 11100_{(2)}$

㉤ 일의 자리의 숫자가 1이므로 홀수이다.