오답 노트-다시풀기

1. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 <u>아닌</u> 것은?

보기

[골드바흐의 추측]
2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

[배점 6, 상상]

① $12 = 5 + 7$ ② $14 = 3 + 11$

③ $16 = 5 + 11$ ④ $18 = 7 + 11$

⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, $\cdots$ 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

2. 360 의 소인수의 개수를 x , 소인수들의 합을 y 라 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로
소인수는 2, 3, 5 이다.
$\therefore\ x = 3,\ y = 2 + 3 + 5 = 10$

3. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, 24, 60 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 120

해설

$$\begin{array}{rl} & 2^3 \times 3 \times 5 \\ 24 = & 2^3 \times 3 \\ 60 = & 2^2 \times 3 \times 5 \\ \hline \text{최대공약수} : & 2^2 \times 3 \qquad = 12 \\ \text{최소공배수} : & 2^3 \times 3 \times 5 = 120 \end{array}$$

4. 20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 6 이 남는 자연수 중 가장 큰 세 자리 자연수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 986

해설

20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 6 인 수를 k 라고 하면, $(k - 6)$ 은 20 과 28 의 공배수가 됩니다.
따라서 20 과 28 의 공배수 중에서 세 자리의 자연수를 구하고, 거기에 6 을 더하면 됩니다.
20 과 28 의 최소공배수는 140 이므로, 세 자리 수 중 가장 큰 140 의 배수는 $140 \times 7 = 980$ 입니다.
따라서 구하는 수는 $980 + 6 = 986$ 입니다.

5. 다음 나눗셈의 나머지를 이진법의 수로 나타내어라.

$$\left(1101_{(2)}+110_{(2)}\right)\div 10000_{(2)}$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $11_{(2)}$

해설

$(1101_{(2)}+110_{(2)})\div 10000_{(2)}=(13+6)\div 16$
$=1\cdots 3$
나머지 : $3=11_{(2)}$

6. $310_{(n)}-125_{(n)}=141_{(n)}$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$310_{(n)}-125_{(n)}=141_{(n)}$ 에서 일의 자리는 0 에서 5 를 뺐는데 1 이므로,
$n=6$ 이다.
$310_{(6)}-125_{(6)}=141_{(6)}$

7. n 진법으로 나타낸 2 개의 네 자리 수의 합의 식이 $ab45_{(n)}+2ccb_{(n)}=b002a_{(n)}$ 일 때, $\dfrac{a+b+c}{n}$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{14}{9}$

해설

$ab45_{(n)}+2ccb_{(n)}=b002a_{(n)}$ 이므로, $b=1$
$\rightarrow a145_{(n)}+2cc1_{(n)}=1002a_{(n)}$ 이고, $a=5+1$ 이므로 $a=6$
$\rightarrow 6145_{(n)}+2cc1_{(n)}=10026_{(n)}$
$\rightarrow$ 각 자리 수를 계산하면, $4+c=n+2, 1+1+c=n, 1+6+2=n$
$\therefore \dfrac{a+b+c}{n}=\dfrac{6+1+7}{9}=\dfrac{14}{9}$

8. 집합 $S=\{a,\ \{a\},\ \{a,\ b\},\ b,\ \{c\},\ c,\ d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

㉠ $\{a\}\subset S$
㉡ $\{b\}\in S$
㉢ $\{b,\ c,\ d\}\in S$
㉣ $c\in S,\ d\in S$
㉤ $\{c,\ d\}\subset S$
㉥ $S\subset\{a,\ b,\ c,\ d\}$

[배점 5, 상하]

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는
$\{a,\ \{a\},\ \{a,\ b\},\ b,\ \{c\},\ c,\ d\}$ 가 된다.
㉠ $\{a\}\subset S\ \rightarrow\ \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
㉡ $\{b\}\in S\ \rightarrow\ b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.
㉢ $\{b,c,d\}\in S\ \rightarrow\ b,c,d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b,c,d\}\subset S$ 가 되어야 한다.
㉣ $c\in S, d\in S\ \rightarrow\ c,d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
㉤ $\{c,d\}\subset S\ \rightarrow\ c,d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c,d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.
㉥ $S\subset\{a,\ b,\ c,\ d\}\rightarrow$ 집합 S 는 $\{a,b,c,d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

9. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합 $A=\{a\mid a\in A$이면 $48\div a\in A, a$는 자연수$\}$ 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 124

해설

$A=\{a\mid a\in A$이면 $48\div a\in A, a$는 자연수$\}$ 조건으로 집합 A 의 원소는 48 의 약수라는 것을 알 수 있다.
48 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 이므로
집합 A 의 모든 원소의 합은 $1+2+3+4+6+8+12+16+24+48=124$

10. 원소의 개수가 40 개인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A\cap B)=k$ 라고 할 때, $n(A)=n(A^c)=5k$, $n(B-A)=3k$ 이다. 이 때 $n(A^c\cap B^c)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$n(A)=n(A^c)=5k\rightarrow n(U)=40$ 이므로 $10k=40,\ k=4$ 이고,
$n(A)=20,\ n(B-A)=12$ 이므로 $n(A\cup B)=32$
$\therefore n(A^c\cap B^c)=n((A\cup B)^c)=n(U)-n(A\cup B)=40-32=8$

11. 두 자리의 자연수 A, B 에 대해서 $A = 5 \times a$, $B = 5 \times b$ 일 때, A, B 의 최대공약수는 $101_{(2)}$ 이고, 최소공배수는 $5 \times 11100_{(2)}$ 이다. $A > B$ 일 때, $a - b$ 의 값을 이진법으로 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

① $1_{(2)}$ ② $10_{(2)}$ ③ $11_{(2)}$

④ $100_{(2)}$ ⑤ $101_{(2)}$

해설

$101_{(2)} = 4 + 1 = 5$

$A = 5 \times a$, $B = 5 \times b$ 에서 최대공약수가 5 이므로

a, b 는 서로소이다.

따라서 A, B 의 최소공배수는

$5 \times a \times b = 5 \times 11100_{(2)} = 5 \times 28$

a, b 가 서로소이므로 $(2,\ 14)$, $(14,\ 2)$ 는 될 수 없다.

따라서 $(a,\ b) = (4,\ 7)$ 또는 $(7,\ 4)$ 이고 $A > B$ 이라 했으므로 $a = 7$, $b = 4$ 이다.

$a - b = 3 = 11_{(2)}$ 이다.

12. 전체집합 $U = \{10, 20, 30, 40, 50\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 $A \cup B = U$, $A \cap B = \{30, 50\}$ 을 만족한다. 집합 A, B 의 원소의 합을 각각 $S(A)$, $S(B)$ 라고 할 때, $S(A) + S(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 230

해설

$S(A) + S(B)$ 의 값을 구하는 것이므로

각 원소를 아무렇게나 배열해도 원소의 합은 같다.

$\therefore\ 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + (30 + 50) = 230$

13. 볼펜 24 개, 연필 72 개, 지우개 48 개를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 한 학생이 받는 모든 물건의 개수는 총 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 이므로

24, 72, 48 의 최대공약수는 $2^3 \times 3 = 24$

따라서 한 사람이 받는 물건은 볼펜 1 개, 연필 3 자루, 지우개 2 개이므로

총 개수는 6 이다.

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음을 만족할 때, $n(A)+n(B)$ 의 값은?

보기

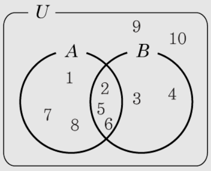
$A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$
$A^c \cap B = \{3,\ 4\}$
$A^c \cup B^c = \{1,\ 3,\ 4,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$

[배점 5, 중상]

① 3 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$A = \{1,\ 2,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$, $B = \{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$
$\therefore\ n(A)+n(B) = 6+5 = 11$

15. $U = \{x | 0 \le x < 15,\ x\text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x\text{는 12 이하의 2의 배수}\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로
$n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$
$= n((A - B) \cup (B - A))$
$= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10$ 이다.

16. $1xy1110_{(2)}$ 을 16으로 나누었을 때, 나머지를 십진법으로 나타내면? [배점 5, 중상]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$1xy1110_{(2)}$
$= 1\times 2^6 + x\times 2^5 + y\times 2^4 + 1\times 2^3 + 1\times 2^2 + 1\times 2$
$= 2^4(2^2 + x\times 2 + y\times 2) + 1\times 2^3 + 1\times 2^2 + 1\times 2$
따라서 나머지는 $8+4+2 = 14$ 이다.

17. 집합 $A=\{6,\ 12,\ 18,\cdots\}$, $B=\{12,\ 24,\ 36,\ \cdots\}$ 일 때, $A\cap B$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?

[배점 4, 중중]

① $\varnothing$

② $\{x\,|\,x$는 4의 배수$\}$

③ $\{x\,|\,x$는 8의 배수$\}$

④ $\{x\,|\,x$는 8의 약수$\}$

⑤ $\{x\,|\,x$는 12의 배수$\}$

해설

$A\cap B$ 은 집합 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 의미한다.
$A\cap B=\{12,\ 24,\ 36,\ \cdots\}$ 이므로
조건제시법으로 고쳐보면
$A\cap B=\{x\,|\,x$는 12의 배수$\}$가 된다.

18. 다음<보기>의 네 가지 조건으로 확실히 말할 수 있는 것은?

보기

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다.
- 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다.

[배점 4, 중중]

① 모든 A 의 원소는 C 의 원소이다.

② 모든 C 의 원소는 E 의 원소이다.

③ 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다.

④ D 와 C 의 관계는 알 수 없다.

⑤ D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것이 있다.

해설

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다. $A\subset B$
- 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다. $B\subset C$
- 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다. $D\subset B$
- 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다. $E\subset C$

② C 의 원소 중 E 의 원소가 아닌 것도 있다.
③ B 의 원소 중 D 의 원소가 아닌 것도 있다.
④ D 와 C 의 관계는 $D\subset C$ 이다.
⑤ $D\subset B$ 이므로 D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것은 없다.

19. 귤 60 개, 배 45 개, 감 30 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 사람들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어주면 되는지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 60, 45, 30 의 최대공약수이므로 15 (명) 이다.

20. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 2 \times 5$

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$2 \times 5 = 10$

$2 \times 5 \times 2^2 = 40$

$2 \times 5 \times 3^2 = 90$

$\therefore 10,\ 40,\ 90$

$\therefore\ 10 + 40 + 90 = 140$

21. 자연수 160 에 n 을 곱하면 자연수의 제곱이 된다고 한다. 이 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.(단, n 은 50 미만의 자연수이다.)

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$160 \times n = 2^5 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 2 \times 5$

따라서 n 이 될 수 있는 50 미만의 수는

$2 \times 5 = 10$

$2 \times 5 \times 2^2 = 40$

$\therefore 10,\ 40$

$\therefore 10 + 40 = 50$

22. 300 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$300 \div a = b^2$ 에서

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$

$a = 3$

$2^2 \times 3 \times 5^2 \div 3 = b^2$

$2^2 \times 5^2 = b^2$

$b = 2 \times 5 = 10$

23. 두 분수 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 100 이하의 자연수의 개수는? [배점 3, 중하]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 6 과 10 의 공배수이어야 한다.

공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.

n 의 값 중 가장 작은 수는 30 이다.

따라서 100 이하의 자연수이므로 $30, 60, 90$ 이고 3 개이다.

24. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 600 \\ \hline 2 & 300 \\ \hline 2 & 150 \\ \hline 3 & 75 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

25. $1011_{(2)}$ 와 $11101_{(2)}$ 사이에 있는 5 의 배수는 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

$1011_{(2)} = 11$

$11101_{(2)} = 29$

11 과 29 사이의 5 의 배수 : $15, 20, 25$

26. 한 모서리의 길이가 $1011_{(2)}$ 인 정팔면체의 겉넓이를 십진법으로 구한 것은? [배점 3, 중하]

① $240\sqrt{2}$ ② $242\sqrt{3}$ ③ $250\sqrt{2}$

④ $252\sqrt{3}$ ⑤ $260\sqrt{2}$

해설

$11101_{(2)} = 11$

정팔면체의 한 변의 길이 : 11

겉넓이 : $11 \times 11 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8 = 121 \times 2\sqrt{3} = 242\sqrt{3}$

27. 자연수 A 와 72 의 최대공약수는 12 이고, 최소공배수는 360 일 때, 자연수 A 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$A \times 72 = 12 \times 360$

$A = 60$

28. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

[배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

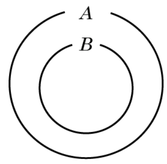
해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는18과 24의 최대공약수인 6 이다.

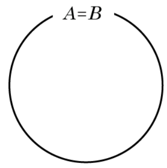
29. 다음 벤 다이어그램 중 $A \subset B$ 인 것은? (단, $A \neq B$)

[배점 3, 하상]

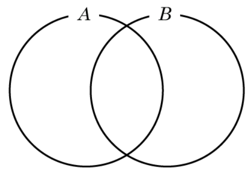
①



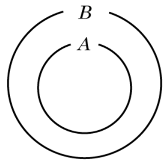
②



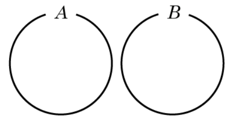
③



④



⑤



해설

① $B \subset A$

② $A = B$

④ $A \subset B$