

오답 노트-다시풀기

1. 다음 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 - 10 = 0$ 의 해가 $x = 7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 70

해설

$$x^2 - 2ax = -a^2 + 10$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = -a^2 + 10 + a^2 = 10$$

$$(x - a)^2 = 10 \text{ 이므로}$$

$$x - a = \pm\sqrt{10}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{10}$$

따라서 $a = 7$, $b = 10$ 이므로 $ab = 70$ 이다.

2. $[x]$ 를 x 를 넘지 않는 가장 큰 정수라고 정의하면 $-2 \leq x < -1$ 일 때,

방정식 $-[x]x^2 - x + 3[x] = 0$ 의 근이 $-\frac{a}{b}$ 라고 하면 $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a , b 는 서로소)

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$-2 \leq x < -1$ 이므로 $[x] = -2$ 이다.

따라서 $[x] = -2$ 를 대입하면 주어진 방정식은 $2x^2 - x - 6 = 0$ 이고, 인수분해하여 정리하면

$$(2x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ } (\because -2 \leq x \leq 1)$$

따라서 $a = 3$, $b = 2$ 이므로 $a + b = 5$ 이다.

3. $x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{9}{4}$

해설

$$x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 \text{ 에서 } (x + 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2y$$

$$\frac{(x-y)^2}{2xy} \text{ 에 } x = -2y \text{ 를 대입하면}$$

$$\frac{(-2y-y)^2}{2(-2y)y} = \frac{(-3y)^2}{(-4y^2)} = \frac{9y^2}{(-4y^2)} = -\frac{9}{4}$$

4. 집합 $A = \{x \mid 4x^2 - 32x + k + 4 = 0\}$ 에서 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 60

해설

$n(A) = 1$ 이므로 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$

$$\therefore k = 60$$

5. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때, $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

양변을 2로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$, 양변에 1을 더하면
 $x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x - 1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$
 이다.
 작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.
 큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$ 이다.
 따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

6. 이차방정식 $(x - a)^2 = b (b \geq 0)$ 의 해가 $x = 8$ 또는 $x = -2$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

[배점 4, 중중]

① $a = -3, b = -25$

② $a = -3, b = 25$

③ $a = 3, b = -25$

④ $a = 3, b = 25$

⑤ $a = 3, b = 5$

해설

$x - a = \pm \sqrt{b}$
 $x = a \pm \sqrt{b}$
 $a + \sqrt{b} = 8, a - \sqrt{b} = -2$
 두 식을 변끼리 더하면
 $2a = 6, a = 3$
 $\sqrt{b} = 5, b = 25$
 $\therefore a = 3, b = 25$

7. 이차방정식 $3(x - b)^2 = 15$ 의 근이 $x = 7 \pm \sqrt{a}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$3(x - b)^2 = 15, (x - b)^2 = 5$
 $\therefore x = b \pm \sqrt{5}$
 이것이 $7 \pm \sqrt{a}$ 이므로 $a = 5, b = 7$ 이다.
 $\therefore a + b = 12$

8. 이차방정식 $3(x+a)^2 = b$ 의 해가 $x = 2 \pm \sqrt{3}$ 일 때, a, b 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① $a = -2, b = 9$ ② $a = -2, b = -9$
 ③ $a = 2, b = -9$ ④ $a = 2, b = 9$
 ⑤ $a = -2, b = 6$

해설

$$\begin{aligned} x &= 2 \pm \sqrt{3} \text{ 이므로 } (x-2) = \pm\sqrt{3} \\ (x-2)^2 &= 3 \\ 3(x-2)^2 &= 9 \\ \therefore a &= -2, b = 9 \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값은? (단, $m > 0$) [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \text{중근을 가지려면 } x^2 - 2(m+1)x + 4 &= 0 \text{ 이 완전} \\ \text{제곱식이 되어야 하므로} \\ \left\{ -2(m+1) \times \frac{1}{2} \right\}^2 &= 4 \\ (m+1)^2 &= 4 \\ m^2 + 2m - 3 = 0 &\rightarrow (m+3)(m-1) = 0 \\ \therefore m > 0 \text{ 이므로 } m &= 1 \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $(x-1)(x-3) - 2 = 0$ 을 $(x-a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② -1 ③ -2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \text{식을 전개하여 정리하면 } x^2 - 4x + 1 &= 0 \\ \text{상수항을 이항하면 } x^2 - 4x &= -1 \\ \text{양변에 4 를 더하면 } x^2 - 4x + 4 &= -1 + 4 \\ (x-2)^2 &= 3 \\ \text{따라서, } a = 2, b = 3 \text{ 이고 } b - a &= 1 \end{aligned}$$

11. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정의 일부분이다. 이때, $A + B$ 의 값은?

$$\begin{aligned} 2x^2 + 3x - 1 = 0 \text{ 의 양변을 } 2 \text{ 로 나누면 } x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} &= 0 \\ -\frac{1}{2} \text{ 을 우변으로 이항하면 } x^2 + \frac{3}{2}x &= \frac{1}{2} \\ \text{양변에 } A \text{ 를 더하면 } x^2 + \frac{3}{2}x + A &= \frac{1}{2} + A \\ \text{좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 &= B \end{aligned}$$

[배점 4, 중중]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{23}{16}$ ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{53}{16}$

해설

좌변을 완전제곱식으로 만들기 위해 A 를 더한다.
 $A = \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}$, $B = \frac{9}{16} + \frac{1}{2} = \frac{17}{16}$
 따라서 $A + B = \frac{9}{16} + \frac{17}{16} = \frac{26}{16} = \frac{13}{8}$ 이다.

12. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$
 ② $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$
 ③ $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{6}$
 ④ $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$
 ⑤ $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \text{② } 3x^2 - 6x - 5 &= 0, 3(x^2 - 2x) = 5 \\ 3(x^2 - 2x + 1) &= 5 + 3 \\ 3(x-1)^2 &= 8 \\ \therefore x &= 1 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

13. $3x^2 - ax + 3 = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다. 이때, a 의 값과 나머지 한 근은? [배점 4, 중중]

- ① $a = 10$, $x = 2 + \sqrt{3}$
- ② $a = 10$, $x = 2 - \sqrt{3}$
- ③ $a = 12$, $x = 2 + \sqrt{3}$
- ④ $a = 12$, $x = 2 - \sqrt{3}$
- ⑤ $a = 14$, $x = 2 - \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}
 3(2 + \sqrt{3})^2 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 &= 0 \\
 12 + 12\sqrt{3} + 9 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 &= 0 \\
 a(2 + \sqrt{3}) &= 24 + 12\sqrt{3} \\
 \therefore a &= \frac{24 + 12\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 12 \\
 3x^2 - 12x + 3 &= 0 \\
 x^2 - 4x + 1 &= 0 \\
 x^2 - 4x + 4 &= 3 \\
 (x - 2)^2 &= 3 \\
 x &= 2 \pm \sqrt{3} \\
 \therefore x &= 2 - \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

14. 다음 중 집합 $\{x \mid x^2 - 7x - 30 = 0\}$ 과 같은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{x \mid x + 3 \neq 0\} \cap \{x \mid x - 10 \neq 0\}$
- ② $\{x \mid x + 3 \neq 0\} \cup \{x \mid x - 10 \neq 0\}$
- ③ $\{x \mid x + 3 = 0\} \cap \{x \mid x - 10 = 0\}$
- ④ $\{x \mid x + 3 = 0\} \cup \{x \mid x - 10 = 0\}$
- ⑤ $\{x \mid x + 3 = 0\} \cup \{x \mid x - 10 \neq 0\}$

해설

$$\begin{aligned}
 &\{x \mid x^2 - 7x - 30 = 0\} \\
 &= \{x \mid (x + 3)(x - 10) = 0\} \\
 &= \{x \mid x + 3 = 0 \text{ 또는 } x - 10 = 0\} \\
 &= \{x \mid x + 3 = 0\} \cup \{x \mid x - 10 = 0\}
 \end{aligned}$$

15. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면?
[배점 3, 중하]

- ① $2x^2 + 4x + 2 = 0$
 ② $x^2 + 10x + 25 = 0$
 ③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$
 ④ $10(x - 1) = x^2 + 11$
 ⑤ $(x - 3)^2 = 4$

해설

- ① $2x^2 + 4x + 2 = 0$ 에서 $2(x^2 + 2x + 1) = 0$, $2(x + 1)^2 = 0$
 $\therefore x = -1$
 ② $x^2 + 10x + 25 = 0$ 에서 $(x + 5)^2 = 0$
 $\therefore x = -5$
 ③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 에서 $(3x - 1)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$
 ④ $10(x - 1) = x^2 + 11$ 에서 $x^2 - 10x + 21 = 0$,
 $(x - 3)(x - 7) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = 7$
 ⑤ $(x - 3)^2 = 4$ 에서 $x^2 - 6x + 5 = 0$, $(x - 1)(x - 5) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

16. 이차방정식 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 + 6x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 8 &= 0 \\ (x - 4)(x + 2) &= 0 \\ \therefore x &= 4 \text{ 또는 } x = -2 \\ \text{두근의 합은 } 2 \text{이다.} \\ x = 2 \text{ 를 } 3x^2 + 6x + a &= 0 \text{ 에 대입하면} \\ 3 \times 2^2 + 6 \times 2 + a &= 0 \\ \therefore a &= -24 \\ 3x^2 + 6x - 24 &= 0 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0 \\ (x - 2)(x + 4) &= 0 \\ \therefore x &= 2 \text{ 또는 } x = -4 \end{aligned}$$

17. 이차방정식 $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$ 이 정수의
근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $a = 10$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x - 4) + 3x^2 - 16x + 15 = 0$ 이다.

$$a = \frac{3x^2 - 16x + 15}{x - 4}$$

$$= \frac{(x - 4)(3x - 4) - 1}{x - 4}$$

$$= 3x - 4 - \frac{1}{x - 4}$$

a 는 정수이므로 $x - 4 = \pm 1$ 이다.

$x = 3$ 또는 $x = 5$ 이므로

(i) $x = 3$ 일 때, $a = 6$

(ii) $x = 5$ 일 때, $a = 10$ 이다.

18. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을
가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

[배점 3, 중하]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x - 3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$a = \frac{2x^2 - 9x + 8}{x - 3}$$

$$= \frac{(x - 3)(2x - 3) - 1}{x - 3}$$

$$= 2x - 3 - \frac{1}{x - 3}$$

a 는 정수이므로 $x - 3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

19. 이차방정식 $(x - 3)^2 - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할
때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 6 ② $2\sqrt{2}$ ③ $6 + 2\sqrt{2}$
④ $-2\sqrt{2}$ ⑤ -6

해설

$(x - 3)^2 = 2$ 이므로

$$x - 3 = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{2}$$

$$\alpha + \beta = (3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6$$

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 8x + 15 - k = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① $k = -1$ ② $k = 1$ ③ $k = -2$
 ④ $k = 2$ ⑤ $k = 0$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + 8x + 15 - k$ 가 완전제곱식이 되어야 하므로 $15 - k = 16$
 $\therefore k = -1$

21. x 가 집합 $\{x | 0 < x < 3\}$ 의 원소일 때, 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해집합은?

[배점 3, 하상]

- ① $\{-3, -2\}$ ② $\{-2\}$
 ③ $\{2\}$ ④ $\{3\}$
 ⑤ $\{2, 3\}$

해설

$x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x - 2)(x - 3) = 0 \therefore x = 2, 3$
 x 가 집합 $\{x | 0 < x < 3\}$ 의 원소이므로, 해집합은 $\{2\}$ 이다.

22. x 가 집합 $\{x | 0 < x < 3\}$ 의 원소일 때, 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해집합은?

[배점 3, 하상]

- ① $\{-3, -2\}$ ② $\{-2\}$
 ③ $\{2\}$ ④ $\{3\}$
 ⑤ $\{2, 3\}$

해설

$x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x - 2)(x - 3) = 0 \therefore x = 2, 3$
 x 가 집합 $\{x | 0 < x < 3\}$ 의 원소이므로, 해집합은 $\{2\}$ 이다.

23. $(x + 4) : x = x : 2$ 를 만족하는 x 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① $x = 2$ 또는 $x = -4$
 ② $x = -2$ 또는 $x = 4$
 ③ $x = -2$ 또는 $x = -4$
 ④ $x = 0$ 또는 $x = 2$
 ⑤ $x = 0$ 또는 $x = -2$

해설

$(x + 4) : x = x : 2$
 $x^2 = 2(x + 4), x^2 = 2x + 8$
 $x^2 - 2x - 8 = 0, (x + 2)(x - 4) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 4$

24. $(2x+3):(x-3)=x:4$ 를 만족하는 x 의 값을 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

$$(2x+3):(x-3)=x:4$$

$$x^2-3x=4(2x+3), x^2-3x=8x+12$$

$$x^2-11x-12=0, (x+1)(x-12)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=12$$

따라서 $a+b=11$ 이다.