

약점 보강 1

1. $x^2 + 2x - 63 = 0$ 의 해를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 + 2x - 63 = (x + 9)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = -9 \text{ 또는 } x = 7$$

2. 이차방정식 $(x - 3)^2 - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① 6

② $2\sqrt{2}$

③ $6 + 2\sqrt{2}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ -6

해설

$$(x - 3)^2 = 2 \text{ 이므로}$$

$$x - 3 = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{2}$$

$$\alpha + \beta = (3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6$$

3. 이차방정식 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 + 6x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

두근의 합은 2이다.

$x = 2$ 를 $3x^2 + 6x + a = 0$ 에 대입하면

$$3 \times 2^2 + 6 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = -24$$

$$3x^2 + 6x - 24 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -4$$

4. 집합 $A = \{x \mid x^2 + 3x - 4 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + x - 12 = 0\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 4 &= 0 \\ (x + 4)(x - 1) &= 0 \\ \therefore A &= \{-4, 1\} \\ x^2 + x - 12 &= 0 \\ (x + 4)(x - 3) &= 0 \\ \therefore B &= \{-4, 3\} \\ A \cup B &= \{-4, 1, 3\} \\ \therefore n(A \cup B) &= 3 \end{aligned}$$

5. $3x^2 - ax + 3 = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다. 이때, a 의 값과 나머지 한 근은? [배점 4, 중중]

① $a = 10$, $x = 2 + \sqrt{3}$

② $a = 10$, $x = 2 - \sqrt{3}$

③ $a = 12$, $x = 2 + \sqrt{3}$

④ $a = 12$, $x = 2 - \sqrt{3}$

⑤ $a = 14$, $x = 2 - \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} 3(2 + \sqrt{3})^2 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 &= 0 \\ 12 + 12\sqrt{3} + 9 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 &= 0 \\ a(2 + \sqrt{3}) &= 24 + 12\sqrt{3} \\ \therefore a &= \frac{24 + 12\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 12 \\ 3x^2 - 12x + 3 &= 0 \\ x^2 - 4x + 1 &= 0 \\ x^2 - 4x + 4 &= 3 \\ (x - 2)^2 &= 3 \\ x &= 2 \pm \sqrt{3} \\ \therefore x &= 2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

6. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$
 ② $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$
 ③ $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{6}$
 ④ $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$
 ⑤ $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \text{② } 3x^2 - 6x - 5 = 0, 3(x^2 - 2x) &= 5 \\ 3(x^2 - 2x + 1) &= 5 + 3 \\ 3(x-1)^2 &= 8 \\ \therefore x &= 1 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

7. 이차방정식 $2x^2 - 6x = -1 + x^2$ 을 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 변형할 때, $p+q$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② -5 ③ -8
 ④ 11 ⑤ -11

해설

$$\begin{aligned} \text{방정식을 정리하면 } x^2 - 6x &= -1 \\ \text{양변에 9를 더하면 } x^2 - 6x + 9 &= -1 + 9 \\ (x-3)^2 &= 8 \\ p = -3, q = 8 \\ \therefore p + q &= 5 \end{aligned}$$

8. 다음은 이차방정식 $2x^2 + x - 3 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. $a+b+c+d$ 의 값은?

보기

$$\begin{aligned} 2x^2 + x - 3 &= 0 \\ (ax+b)(cx+d) &= 0 \\ x = -\frac{b}{a} \text{ 또는 } x = -\frac{d}{c} \end{aligned}$$

[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + x - 3 = 0 \text{ 를 인수분해하면 } (2x+3)(x-1) &= 0 \\ \text{따라서 } a = 2, b = 3, c = 1, d = -1 \text{ 이거나 } a = &1, b = -1, c = 2, d = 3 \text{ 이 된다.} \\ \text{어느 경우이든 } a + b + c + d = 5 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값은? (단, $m > 0$) [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \text{중근을 가지려면 } x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0 \text{ 이 완전} \\ \text{제곱식이 되어야 하므로} \\ \left\{ -2(m+1) \times \frac{1}{2} \right\}^2 &= 4 \\ (m+1)^2 &= 4 \\ m^2 + 2m - 3 = 0 \rightarrow (m+3)(m-1) &= 0 \\ \therefore m > 0 \text{ 이므로 } m &= 1 \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $(x-a)^2 = b (b \geq 0)$ 의 해가 $x = 8$ 또는 $x = -2$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

- ① $a = -3, b = -25$ ② $a = -3, b = 25$
 ③ $a = 3, b = -25$ ④ $a = 3, b = 25$
 ⑤ $a = 3, b = 5$

해설

$$\begin{aligned} x - a &= \pm\sqrt{b} \\ x &= a \pm \sqrt{b} \\ a + \sqrt{b} &= 8, a - \sqrt{b} = -2 \\ \text{두 식을 변끼리 더하면} \\ 2a &= 6, a = 3 \\ \sqrt{b} &= 5, b = 25 \\ \therefore a &= 3, b = 25 \end{aligned}$$

11. 집합 $A = \{x \mid 4x^2 - 32x + k + 4 = 0\}$ 에서 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned} n(A) &= 1 \text{ 이므로 이차방정식 } 4x^2 - 32x + k + 4 = 0 \\ &\text{은 중근을 갖는다.} \\ 4x^2 - 32x + k + 4 &= 0 \\ 4(x^2 - 8x) &= -k - 4 \\ 4(x^2 - 8x + 16) &= -k - 4 + 64 \\ 4(x - 4)^2 &= -k + 60 \\ \text{중근을 가져야 하므로 } -k + 60 &= 0 \\ \therefore k &= 60 \end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -18

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2ax + b &= 0 \text{ 에서 } x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + \\ a^2 &= -b + a^2 \\ (x - a)^2 &= -b + a^2, (x - a) = \pm\sqrt{-b + a^2} \\ \therefore x &= a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5} \\ \text{따라서 } a &= 1, a \text{ 값을 대입하면} \\ \sqrt{1 - b} &= \sqrt{20} \\ \therefore b &= -19 \\ \text{따라서 } a + b &= -18 \text{ 이다.} \end{aligned}$$