

실력 확인 문제

1. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{a, b\}$
- ② \emptyset
- ③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{1, 2\}$: 유한집합
- ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

2. 다음 안에 알맞은 짝수의 합을 구하여라.

보기

$$\{x | x \text{는 } \square \text{의 약수}\} \subset \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 14

해설

8의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 2, 4, 8이다.
이 중 짝수는 2, 4, 8이다.
따라서 $2 + 4 + 8 = 14$ 이다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이고, $A = \{x|x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$, $B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$ 이고, $n(A) = 6, n(B) = 6$ 이다.

따라서, $n(A) + n(B) = 12$ 이다.

4. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 나머지와 다른 하나는? [배점 3, 중하]

- ① $A - B$
- ② $A - (A \cap B)$
- ③ $A \cap B^c$
- ④ $(A \cup B) - B$

⑤ $U - (A \cup B)^c$

해설

- ① $A - B = \phi$
- ② $A - (A \cap B) = A - A = \phi$
- ③ $A \cap B^c = A - B = \phi$
- ④ $(A \cup B) - B = B - B = \phi$
- ⑤ $U - (A \cup B)^c = U - B^c = B$

5. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 옳지 않은 것은? (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset, U$ 는 전체집합)

[배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = A$ ② $A \cap B = A \cup B$
 ③ $n(A \cup B) = n(B)$ ④ $n(A) = n(A \cap B)$
 ⑤ $A \cup B = U$

해설

$$A \cup B \neq U$$

6. 세 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}, B = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}, C = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$ 일 때, 세 집합의 원소의 개수의 합은?

[배점 4, 중중]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 25, n(B) = 16, A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B) + n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 34

해설

$$A \cap B = B \text{ 이므로 } B \subset A,$$

$$n(A \cup B) = n(A) = 25,$$

$$n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$$

$$\therefore n(A \cup B) + n(A - B) = 25 + 9 = 34$$

8. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 8 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$$n(A) = 24, n(B) = 15, n(A \cap B) = 3 \text{ 이므로}$$

$$n(A \cup B) = 24 + 15 - 3 = 36$$

9. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $A = \{1, 3, 7, 11\}$, $B = \{7, 13\}$ 일 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $A \cap B = \{7\}$
- ㉡ $A \cap B^c = \{1, 3, 7, 11\}$
- ㉢ $A^c \cap B = \{13\}$
- ㉣ $A^c \cup B^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$
- ㉤ $A^c \cap B^c = \{5, 9, 15\}$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

해설

- $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$,
 $A = \{1, 3, 7, 11\}$, $B = \{7, 13\}$
- ㉠ $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 11\}$
 - ㉢ $A^c \cap B = B - A = \{13\}$
 - ㉣ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$
 - ㉤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 9, 15\}$

10. 전체집합 $U = \{x \mid |x| \leq 10 \text{인 정수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid |x| \leq 4 \text{인 정수}\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 10 \text{인 소수}\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 을 원소의 합은? [배점 5, 중상]

- ① -5 ② -10 ③ -12
- ④ -15 ⑤ -18

해설

- $U = \{-10, -9, -8, -7, \dots, 7, 8, 9, 10\}$,
 $A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$,
 $B = \{2, 3, 5, 7\}$
- $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = U - (A \cup B)$ 이고 $A \cup B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 이므로
 $A^c \cap B^c = \{-10, -9, -8, -7, -6, -5, 6, 8, 9, 10\}$
따라서 원소의 합은 -12

11. 전체집합 $U = \{x \mid |x| \leq 2 \text{인 정수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid |x| \leq 1 \text{인 정수}\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 3 \text{인 정수}\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 을 원소 나열법으로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\{-2\}$

해설

- $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, 2\}$
 $A^c = \{-2, 2\}$, $B^c = \{-2, -1, 0\}$
 $A^c \cap B^c = \{-2\}$

12. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:
▷ 정답: 8 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 3, 9\}$ 이므로
 $A \cap B = \{1, 3\}$
 $A \cup B = \{1, 3, 5, 9, 15\}$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $(A \cap B) \cup X = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$
 $\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$
 X 는 원소 1, 3 을 포함하는
 $\{1, 3, 5, 9, 15\}$ 의 부분집합이므로
(집합 X 의 갯수) $= 2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

13. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x|k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:
▷ 정답: 10

해설

$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$
 $A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$
 $A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$
 \vdots
 $A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$
 $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$
 $\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10}) = 10$

14. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $n(X \cap B) = 1$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:
▷ 정답: 12 개

해설

$X - A = \emptyset$ 이면 $X \subset A$
 $n(X \cap B) = 1$ 이므로 X 는 B 의 원소 하나를 포함하고 나머지 두 원소는 포함하지 않는 A 의 부분집합이다.
 X 가 2 를 포함하고 4, 8 을 포함하지 않은 경우 (집합 X 의 갯수) $= 2^{5-3} = 4(\text{개})$, X 가 4 를 포함한 경우와 8 을 포함한 경우도 마찬가지이므로 (집합 X 의 갯수) $= 4 \times 3 = 12(\text{개})$ 이다.

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 23, n(B) = 16, n(A - B) = 14$ 일 때 $n(B - A)$ 는? [배점 5, 상하]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ 이므로 $14 = 23 - n(A \cap B)$, $n(A \cap B) = 9$
 $\therefore n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - 9 = 7$ 이다.