

# 실력 확인 문제

1. 두 집합  $A, B$  가 다음과 같을 때,  $n(A) + n(B)$  의 값을 구하여라.

$$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x | x \text{는 } 0 < x < 110 \text{인 } 5 \text{의 배수}\}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}, \quad B = \{5, 10, 15, 20, \dots, 105\} \text{ 이므로}$$

$$n(A) = 6, \quad n(B) = 21$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 27$$

2. 다음  안에 알맞은 한 자리 자연수의 합은?

보기

$$\{x | x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} \supset \{x | x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$$

[배점 3, 하상]

- ① 3    ② 6    ③ 9    ④ 15    ⑤ 18

해설

3의 배수는 3, 6, 9, 12, ... 이므로  
 보기를 만족하는 한 자리의 자연수는 3, 6, 9 이다.  
 따라서 자연수의 합은 18 이다.

3. 두 집합  $A = \{1, a, b, 15\}$ ,  $B = \{2, 3a, b-2\}$  에 대하여  $A - B = \{3, 5\}$  일 때,  $a, b$  의 값을 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 5$

▷ 정답:  $b = 3$

해설

$A - B = \{3, 5\}$  이므로 3 과 5 는 집합  $A$  의 원소 이다.  $3 \in A, 5 \in A$

따라서  $a = 3$  또는  $a = 5$  이다.

(i)  $a = 3$  이면  $b = 5$  이다.

따라서  $A = \{1, 3, 5, 15\}$ ,  $B = \{2, 3, 9\}$  이다.

이 때,  $A - B = \{1, 5, 15\}$  이므로 될 수 없다.

(ii)  $a = 5$  이면  $b = 3$  이다.

따라서  $A = \{1, 3, 5, 15\}$ ,  $B = \{1, 2, 15\}$  이다.

이 때,  $A - B = \{3, 5\}$  이므로 가능하다.

$\therefore a = 5, b = 3$

4. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $n(A - B) = 3, n(B - A) = 5, n(A \cup B) = 12$  일 때,  $n(A \cap B)$  를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

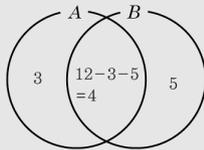
▷ 정답: 4

해설

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$$

[별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서  $n(A \cap B) = 4$  이다.

5. 전체집합  $U$  와 그 두 부분집합  $A, B$  가 다음과 같을 때,  $A^c \cap B$  의 모든 원소의 곱을 구하여라.

보기

$$U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$$

$$A = \{2, 4, 5, 8\}$$

$$B^c = \{2, 4, 6, 7, 9\}$$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}, \quad A = \{2, 4, 5, 8\}, \quad B = \{1, 3, 5, 8, 10\} \text{ 이므로}$$

$$A^c \cap B = B - A = \{1, 3, 10\}$$

$$\therefore 1 \times 3 \times 10 = 30$$

6. 두 집합  $A = \{x | x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}, B = \{x | x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 8 \text{의 배수}\}$  에 대하여  $n(A \cup B)$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$$n(A) = 24, \quad n(B) = 15, \quad n(A \cap B) = 3 \text{ 이므로}$$

$$n(A \cup B) = 24 + 15 - 3 = 36$$

7. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{ 보다 크고 } 27 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.  
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 32 개

해설

$A = \{14, 15, 16, \dots, 26\}$ 의 부분집합 중 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수 15, 17, 19, 21, 23, 25는 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{13-2-6} = 2^5 = 32 \text{ (개)}$$

8. 두 집합  $A = \{5, 9, a-2\}$ ,  $B = \{5, 7, b+3\}$ 에 대하여 집합  $A$ 는 집합  $B$ 에 포함되고, 집합  $B$ 는 집합  $A$ 에 포함될 때, 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은?  
[배점 4, 중중]

- ① 3    ② 7    ③ 11    ④ 15    ⑤ 19

해설

$A \subset B, B \subset A$  이므로  $A = B$  이다.

$$7 \in A \text{ 이므로 } a - 2 = 7$$

$$\therefore a = 9$$

$$9 \in B \text{ 이므로 } b + 3 = 9$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore a + b = 9 + 6 = 15$$

9. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

①  $\{3, 4, 5, 6\}$

②  $\emptyset$

③  $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$

④  $\{3\}$

⑤  $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$

해설

$$A = \{3, 6, 9\}$$

③  $\{1, 3, 5, 7, 9\} \not\subset A$

⑤  $\{1, 3, 9\} \not\subset A$

10. 두 집합  $A, B$ 가 다음과 같을 때,  $X \cap A = X$ ,  $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 개수는?

$$A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}, B = \{3, 5, 7\}$$

[배점 5, 중상]

- ① 2개            ② 4개            ③ 6개  
 ④ 8개            ⑤ 10개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A \cap B = \{3, 5\}$ ,  $X \cap A = X$   
 이므로  $X \subset A$   
 $X \cup (A \cap B) = X$ 이므로  $A \cap B \subset X$   
 $\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$   
 따라서 집합  $X$ 는 집합  $A$ 의 부분집합 중 원소 3, 5를 반드시 포함하는 집합이므로  
 $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

11. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $n(U) = 40$ ,  $n(A \cap B) = 5$ ,  $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때,  $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 32

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$   
 $n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 3 = 37$   
 $n(A - B) + n(B - A)$   
 $= n(A \cup B) - n(A \cap B)$   
 $= 37 - 5 = 32$

12. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 가 다음 조건을 모두 만족할 때,  $U - (A \cup B)$ 은?

- ㉠  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$   
 ㉡  $A \cap B^c = \{1\}$   
 ㉢  $A^c \cap B = \{6, 10\}$   
 ㉣  $A \cap B = \{2, 4, 8\}$

[배점 5, 중상]

- ①  $\{3, 4, 5, 7, 9\}$             ②  $\{4, 5, 7, 9\}$   
 ③  $\{4, 7, 9\}$                 ④  $\{3, 4, 5, 6, 7, 9\}$   
 ⑤  $\{3, 5, 7, 9\}$

해설

㉠.  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   
 ㉡.  $A \cap B^c = \{1\} = A - B$   
 ㉢.  $A^c \cap B = \{6, 10\} = B - A$   
 ㉣.  $A \cap B = \{2, 4, 8\}$ 에서  
 $A \cup B = \{1\} \cup \{6, 10\} \cup \{2, 4, 8\} = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$  이므로  $U - (A \cup B) = \{3, 5, 7, 9\}$

13. 전체집합  $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$  의 두 부분집합  $A = \{7, 19\}$ ,  $B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$  에 대하여 다음을 만족하는 모두 만족하는 집합  $X$  의 개수를 구하여라.

$$A \cup X = X, X \cap (B - A) = \{5, 11\}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$A \cup X = X$  이므로  $A \subset X$   
 $\therefore 7, 19$  는  $X$  의 원소  
 $B - A = \{3, 5, 11, 13\}$  이고  
 $X \cap (B - A) = \{5, 11\}$  이므로  
 $5, 11$  은  $X$  의 원소이고  $3, 13$  은  $X$  의 원소가 아니다.  
 따라서  $X$  는  $5, 7, 11, 9$  를 포함하고  $3, 13$  은 포함하지 않는 전체집합  $U$  의 부분집합이므로  
 $2^{8-4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

14. 세 집합  $A = \{x|x\text{는 한국인}\}$ ,  $B = \{x|x\text{는 학생}\}$ ,  $C = \{x|x\text{는 여자}\}$  에 대하여 한국의 남학생을 나타내는 집합을 모두 고르면?

[배점 5, 상하]

- ①  $(A \cup B) - C$                       ②  $A \cup B \cup C$   
 ③  $(A \cap B) - C$                     ④  $A \cap B \cap C^c$   
 ⑤  $(A - B)^c \cap C^c$

해설

한국 학생 중 여학생을 뺀 것 또는 한국 학생 중 여자가 아닌 사람이므로  
 $(A \cap B) - C$  또는  $A \cap B \cap C^c$  이다.

15. 전체집합  $U = \{1, 2\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A \cap B = A$  인 두 집합  $A, B$  는 모두 몇 쌍인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 9쌍

해설

$A \cap B = A$  이면  $A \subset B$  이다.

집합  $U$  의 부분집합은  $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$  ,

$A = \emptyset$  일 때,  $B$  는  $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$  로 4 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$  일 때,  $B$  는  $\{1\}, \{1, 2\}$  로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$  일 때,  $B$  는  $\{2\}, \{1, 2\}$  로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$  일 때,  $B$  는  $\{1, 2\}$  이므로 1 쌍이 될 수 있다.

$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9(\text{쌍})$