실력 확인 문제

1. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$

$$\begin{aligned} (a, b \text{의 공약수의 개수}) &= (24 \text{의 약수의 개수}) \\ &= (3 + 1) \times (1 + 1) \\ &= 8(\text{개}) \end{aligned}$$

2. 다음 중 두 수가 서로소가 아닌 것은? [배점 2, 하중]

① 13 과 15 ② 19 와 21 ③ 16 와 27

④ 5 와 30 ⑤ 7 과 11

해설

④ 5 와 30의 최대공약수는 5이다.

3. 다음 설명 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① 합성수는 약수의 개수가 3개이다.
- ② 짝수인 소수가 있다.
- ③ 1은 소수도 합성수도 아니다.
- ④ 2의 배수는 모두 합성수이다.
- ⑤ 소수는 모두 홀수이다.

해설

- ① 합성수의 약수의 개수는 3개 이상이다.
- ④ 2의 배수 중에 2는 소수이다.
- ⑤ 짝수인 2도 소수이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $8 \times 10^3 + 2 \times 10 + 4 \times 1 = 8024$

② $1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 1001_{(2)}$

③ $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11011_{(2)}$

④ $1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 = 110010_{(2)}$

⑤ $1 \times 10^5 + 5 \times 10^4 + 7 \times 10^2 + 3 \times 1 = 150703$

해설

④ $1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 = 110100_{(2)}$

5. 다음 중 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $72 = 2^3 \times 3^2$
- ㉡ $105 = 5 \times 21$
- ㉢ $147 = 3 \times 7^2$
- ㉣ $225 = 3^3 \times 5^3$
- ㉤ $240 = 2^3 \times 5 \times 6$

[배점 3, 하상]

해설

- ㉡ $105 = 3 \times 5 \times 7$
- ㉣ $225 = 3^2 \times 5^2$
- ㉤ $240 = 2^4 \times 3 \times 5$

6. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

$$2 \times 3^2, 5^3, 2^3 \times 5, 3^2 \times 7$$

[배점 3, 하상]

- ① 22
- ② 23
- ③ 45
- ④ 107
- ⑤ 143

해설

$2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = 18$
 $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
 $2^3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$
 $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$ 이므로
 가장 큰 수는 5^3 , 가장 작은 수는 2×3^2
 따라서 두 수의 차는 $125 - 18 = 107$ 이다.

7. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7 \times 5$
- ㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^2 \times y^3$
- ㉢ $4 \times 4 = 2^4$
- ㉣ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 + 3^3$
- ㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \frac{3}{5^3}$

[배점 3, 하상]

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$
- ㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^3 \times y^2$
- ㉢ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 \times 3^3$
- ㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$

8. 다음 중 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

47, 53, 65, 97, 117, 153

[배점 3, 하상]

▶ 답:
 ▷ 정답: 3 개

해설

- 47 의 약수 : 1, 47
 53 의 약수 : 1, 53
 65 의 약수 : 1, 5, 13, 65
 97 의 약수 : 1, 97
 117 의 약수 : 1, 3, 9, 13, 39, 117
 153 의 약수 : 1, 3, 9, 17, 51, 153
 이므로 소수는 47, 53, 97 의 3 개이다.

9. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

- ① 30 명 ② 32 명 ③ 34 명
 ④ 36 명 ⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 2) 64 \quad 96 \quad 128 \\ 2) 32 \quad 48 \quad 64 \\ 2) 16 \quad 24 \quad 32 \\ 2) 8 \quad 12 \quad 16 \\ 2) 4 \quad 6 \quad 8 \\ \quad 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
 최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

10. 이진법으로 나타낸 수 중에서 가장 큰 네 자리 수 a 와 가장 작은 세 자리 수 b 의 합을 구하려고 한다. $a + b$ 를 십진법으로 나타내어라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답 :
 ▷ 정답 : 19

해설

$$\begin{aligned} a &= 1111_{(2)} \\ &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 \\ &= 8 + 4 + 2 + 1 = 15 \\ b &= 100_{(2)} = 1 \times 2^2 = 4 \\ \therefore a + b &= 15 + 4 = 19 \end{aligned}$$

11. 어떤 자연수로 25를 나누어, 37을 나누어, 61을 나누어 항상 1 이 남는다고 한다. 이러한 수로 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

구하는 수는 $25 - 1 = 24$, $37 - 1 = 36$, $61 - 1 = 60$ 의 공약수이다.

따라서 구하고자 하는 수는 24, 36, 60 의 최대공약수의 약수와 같다.

$$\begin{array}{r} 2) 24 \quad 36 \quad 60 \\ 2) 12 \quad 18 \quad 30 \\ 3) 6 \quad 9 \quad 15 \end{array}$$

$\begin{matrix} 2 & 3 & 5 \\ \hline \end{matrix}$
 최대공약수가 12 이므로, 어떤 자연수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 가 될 수 있다.

12. 다음 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 각각 a, b 라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

$$2^5 \times 3, \quad 2^3 \times 3 \times 5, \quad 2^4 \times 3^2 \times 7$$

[배점 3, 중하]

- ① 400 ② 410 ③ 420
 ④ 430 ⑤ 440

해설

$$\begin{array}{r} 2^5 \times 3 \\ 2^3 \times 3 \times 5 \\ \hline 2^4 \times 3^2 \times 7 \end{array} \times 7$$

최대공약수 : $2^3 \times 3 = a$
 최소공배수 : $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7 = b$
 $\therefore \frac{b}{a} = \frac{2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7}{2^3 \times 3} = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$

13. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① 10 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 19

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$ 이다.
 $75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$ 이다.
 $\therefore 8 \times 6 = 48$
 따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$ 이다.

14. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 6cm, 8cm, 4cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 빈틈없이 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]

- ▶ 답:
 ▷ 정답: 3456 cm^2

해설

6, 8, 4의 최소공배수는 24이므로, 한 모서리의 길이가 24cm 인 정육면체의 겉넓이는
 $24 \times 24 \times 6 = 3456(\text{cm}^2)$

15. $32 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 수 중 20 보다 작은 수의 개수를 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$32 = 2^5$ 이므로
 a 가 될 수 있는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
 따라서 a 가 될 수 있는 20 보다 작은 수는
 $2, 2^3, 2 \times 3^2$, 즉 3 개이다.

16. 다음과 같은 집합의 부분집합의 개수는?

$$\{x | x \text{는 } 220 \text{의 소인수}\}$$

[배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

220 을 소인수분해하면 $220 = 2^2 \times 5 \times 11$
 $\{2, 5, 11\}$ 의 부분집합의 개수는
 $2^3 = 8$ (개)

17. 세 자연수 16, 24, 48 의 공배수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 18 개

해설

16, 24, 48 의 공배수는 48 의 배수이다.
 999 까지의 48 의 배수는 $999 \div 48 = 20 \dots 39$ 이므로 20 개 있고,
 99 까지의 48 의 배수는 $99 \div 48 = 2 \dots 3$ 이므로 2 개 있다.
 따라서 48 의 배수 중 세 자리 자연수는 $20 - 2 = 18$ (개) 있다.