

실력 확인 문제

1. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6 개

해설

구 하고 자 하 는 부 분 집 합 은,
 $\{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 이
 다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 43$, $n(B) = 28$, $n(A \cup B) = 50$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 29

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A \cup B) - n(B) = 50 - 28 = 22 \\ n(B - A) &= n(A \cup B) - n(A) = 50 - 43 = 7 \\ \therefore n(A - B) + n(B - A) &= 29 \end{aligned}$$

3. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

① $(A \cap B) \subset A$

② $(A \cap B) \supset U$

③ $A - B = B - (A \cap B)$

④ $A \cup B^c = U$

⑤ $A^c \cap B^c = \emptyset$

해설

② $(A \cap B) \subset U$

③ $A - B = A - (A \cap B)$

④ $A \cup A^c = U$

⑤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$

4. 지우네 반 학생 30 명 중 게임기를 가진 학생은 21 명, 휴대전화를 가진 학생은 19 명, 둘 다 가지고 있는 학생은 11 명이다. 이 때, 휴대전화기만 가지고 있는 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

- ① 8 명 ② 11 명 ③ 19 명
④ 21 명 ⑤ 30 명

해설

지우네 반 학생의 집합을 U , 게임기를 가진 학생의 집합을 A , 휴대전화를 가진 학생의 집합을 B 라 하면

$n(U) = 30, n(A) = 21, n(B) = 19, n(A \cap B) = 11$ 이다.

휴대전화기만 가진 학생의 집합은 $B - A$ 이므로 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 11 = 8$ 이다.

5. 두 집합 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{2, 6, 9\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 원소 2, 6 을 포함하는 $A \cup B = \{2, 4, 6, 9\}$ 의 부분집합이므로 X 의 개수는 $A \cup B = \{2, 4, 6, 9\}$ 에서 원소 2, 6 를 뺀 $\{4, 9\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.

6. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라. (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

보기

- ㉠ $A \cup B = A$
㉡ $A \cap B = A$
㉢ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
㉣ $n(A) = n(A \cap B)$
㉤ $n(A - B) = n(B - A)$
㉥ $n(A) - n(B) = 0$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$

㉢ $n(A \cup B) = n(A) = n(B)$

㉤ $n(A - B) = n(B - A) = 0$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $n(A) = 14, n(B) = 31$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 7 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

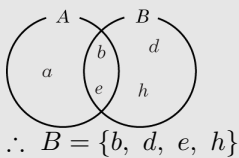
$A \subset B$ 이므로 $A \cup B = B, A \cap B = A$

$n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 31 - 14 = 17$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, h\}$ 일 때, 집합 B 는?
[배점 4, 중중]

- ① $\{a, d, e, h\}$ ② $\{b, d, e, h\}$
③ $\{b, e, h\}$ ④ $\{d, e, h\}$
⑤ $\{d, e\}$

해설



9. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \times x = 7 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 1개

해설

$A = \emptyset$ 이므로 모든 집합의 부분집합에는 $\emptyset$ 과 자기 자신이 포함되는데 $\emptyset$ 은 $\emptyset$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1개이다.

10. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 3의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3을 모두 포함하는 부분집합의 개수는
 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

11. 다음 중 집합의 원소가 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① $\{0\}$
② $\{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$
③ $\{x | x \text{는 } 3 \times x = 0 \text{인 자연수}\}$
④ $\{x | x \text{는 } 11 < x < 12 \text{인 자연수}\}$
⑤ $\{x | x \text{는 } x \leq 1 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{0\}$
② $\{1\}$
⑤ $\{1\}$

12. 다음 중 공집합인 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{x|x \text{는 분모가 } 7 \text{인 기약분수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 9 \text{의 배수 중 짝수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 1 < x \leq 2 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

해설

- ① $\left\{\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \dots\right\}$
- ② $\{18, 36, 54, \dots\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{2\}$

13. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 옳지 않은 것은? (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset, U$ 는 전체집합)

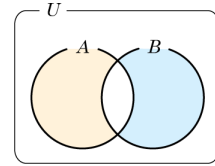
[배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = A$
- ② $A \cap B = A \cup B$
- ③ $n(A \cup B) = n(B)$
- ④ $n(A) = n(A \cap B)$
- ⑤ $A \cup B = A - B$

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로
 $A \cup B = A = B = A \cap B, A - B = \emptyset$

14. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합을 고르면?

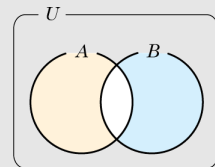


[배점 4, 중중]

- ① $A - B$
- ② $B - A$
- ③ $(A \cap B)^c$
- ④ $(A \cup B)^c$
- ⑤ $(A - B) \cup (B - A)$

해설

⑤ $(A - B) \cup (B - A)$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



15. 다음 중 두 집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 인 것을 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$
- ② $A = \{x | x \text{는 짝수}\}, B = \{x | x \text{는 홀수}\}$
- ③ $A = \emptyset, B = \{x | x \text{는 } x, y, z\}$
- ④ $A = \{x | x \text{는 2의 배수}\}, B = \{x | x \text{는 6의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x | x = 2 \times n - 1, n = 1, 2, 3, \dots\}, B = \{x | x \text{는 자연수}\}$

해설

- ④ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \supset \{6, 12, 18, 24, \dots\}$

16. 세 집합 $A = \{x | x \text{는 8의 약수}\}, B = \{x | x \text{는 } \square \text{의 약수}\}, C = \{x | x \text{는 64의 약수}\}$ 에 대하여 $A \subset B \subset C$ 가 동시에 성립하기 위한 $\square$ 의 값을 모두 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}, C = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$
 집합 A 를 포함하면서 집합 C 에 포함되는 집합이 되려면 $\square$ 는 64의 약수 중 8의 배수여야 한다.
 따라서 $\square = 8, 16, 32, 64$

17. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $n-1$ 과, n 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 64일 때, n 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로
 $2^{n-2} = 64 = 2^6$ 이다.
 $\therefore n-2 = 6, n = 8$

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

- ㉠ $X \subset A$ ㉡ $\{3, 5\} \subset X$
 ㉢ $n(X) \leq 5$

[배점 5, 중상]

- ① 12 개 ② 13 개 ③ 14 개
 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 $\{3, 5\}$ 를 반드시 포함하며 원소의 개수가 5 개 이하인 부분집합이다.
 원소의 개수가 2 개인 부분집합 : $\{3, 5\}$
 원소의 개수가 3 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5\}, \{3, 5, 7\}, \{3, 5, 9\}, \{3, 5, 11\}$
 원소의 개수가 4 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 5, 9\}, \{1, 3, 5, 11\}, \{3, 5, 7, 9\}, \{3, 5, 7, 11\}, \{3, 5, 9, 11\}$
 원소의 개수가 5 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7, 9\}, \{1, 3, 5, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 9, 11\}, \{3, 5, 7, 9, 11\}$

19. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 a 와 b 를 반드시 포함하고 c 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.
 [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4 개

해설

$$2^{5-3} = 2^2 = 4 \text{ (개)}$$

20. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6 개

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $B = \{12, 15\}$
 $X \subset A, B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$
 $\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15 는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개인 집합이므로
 $\{10, 11, 12, 15\}, \{10, 12, 13, 15\}, \{10, 12, 14, 15\}, \{11, 12, 13, 15\}, \{11, 12, 14, 15\}, \{12, 13, 14, 15\}$ 의 6 개이다.

21. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때, 보기를 만족하는 집합 B 의 개수는?

보기

$$\{4, 8\} \subset B \subset A, n(B) = 4$$

[배점 5, 중상]

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개
 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$A = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이고 집합 B 는 원소 4, 8 을 포함한 집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 4 개 인 집합이므로 $\{4, 8, 12, 16\}$, $\{4, 8, 12, 20\}$, $\{4, 8, 16, 20\}$ 의 3 개

23. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20$, $n(B) = 16$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A - B) - n(B - A)$ 는? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 16 - 29 = 7$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 7 = 13$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - 7 = 9$$

$$\therefore n(A - B) - n(B - A) = 13 - 9 = 4$$

22. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 5, 중상]

- ① $n(\{0\}) = 1$
 ② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
 ③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$
 ④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$
 ⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

$$\textcircled{2} \{a, b\} \subset \{a, b, c\}$$

$$\textcircled{3} \emptyset \subset \{1, 2, 3\}$$

$$\textcircled{4} n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$$