

실력 확인 문제

1. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x | x \text{는 } 0 < x < 110 \text{인 } 5 \text{의 배수}\}$$

[배점 3, 하상]

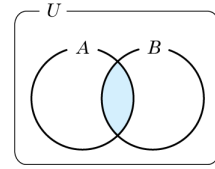
▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}, & B &= \{5, 10, 15, 20, \dots, 105\} \text{이므로} \\ n(A) &= 6, & n(B) &= 21 \\ \therefore n(A) + n(B) &= 27 \end{aligned}$$

2. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 30$, $n(B) = 25$, $n(A^c \cap B^c) = 14$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



[배점 3, 하상]

① 12 개

② 14 개

③ 19 개

④ 24 개

⑤ 38 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $A \cap B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n(A^c \cap B^c) = 57 - 14 = 43 \\ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 30 + 25 - 43 = 12 \end{aligned}$$

3. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 5 보다 크고 6 보다 작은 자연수의 모임
- ② 몸무게가 60kg 이상인 사람들의 모임
- ③ 40 에 가까운 수의 모임
- ④ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임
- ⑤ 일의 자리에서 반올림하여 50 이 되는 자연수들의 모임

해설

‘가까운’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

4. 다음 중 두 집합이 서로 같지 않은 것을 골라라.

[배점 3, 중하]

- ① $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, a\}$
- ② $C = \{5, 10, 15, \dots\}, D = \{x|x\text{는 } 5\text{의 배수}\}$
- ③ $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, F = \{x|x\text{는 } 8\text{ 이하의 짝수}\}$
- ④ $G = \{x|x\text{는 } 10\text{ 이하의 홀수}\}, H = \{x|x\text{는 } 9\text{ 이하의 홀수}\}$
- ⑤ $I = \{x|x\text{는 } 1\text{보다 작은 자연수}\}, J = \{x|x\text{는 } 2\text{보다 작은 짝수}\}$

해설

- ③ $F = \{2, 4, 6, 8\}$
- ④ $G = \{1, 3, 5, 7, 9\}, H = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ⑤ $I = J = \emptyset$

5. 두 집합 $A = \{a - 3, 2, 6, 7\}, B = \{1, 2, 3b, 2a - 1\}$ 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 6

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다

$$a - 3 = 1$$

$$\therefore a = 4$$

$$B = \{1, 2, 3b, 7\}$$

$$3b = 6$$

$$\therefore b = 2$$

6. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 미만의 } 20 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) = a$, 집합 B 의 부분집합의 개수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값을 골라라. [배점 3, 중하]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$A = \{8, 16\}$, $B = \{1, 2, 4, 5\}$ 이므로 $a = n(A) = 2$ 이고,
 $n(B) = 4$ 이므로, $b = (B \text{의 부분집합의 개수}) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 이다.
 $\therefore b - a = 16 - 2 = 14$

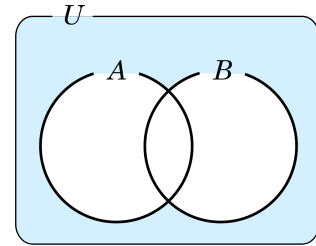
7. 집합 $A = \{a, b, \{c\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $\emptyset \in A$ ② $\{a, b\} \in A$
 ③ $\{c\} \subset A$ ④ $\{b\} \in A$
 ⑤ $\{a, b, c\} \subset A$

해설

A 의 원소는 $a, b, \{c\}, \emptyset$ 이므로 ① $\emptyset$ 은 A 의 부분집합이기도 하고 A 의 원소이기도 하다.
 한편,
 ② $\{a, b\} \subset A$
 ③ $\{c\} \in A$
 ④ $\{b\} \subset A$
 ⑤ $\{a, b, \{c\}\} \subset A$
 이다.

8. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 31$, $n(A) = 23$, $n(B) = 12$, $n(A \cap B) = 6$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $(A \cup B)^C$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 23 + 12 - 6 = 29$$

$$\therefore n((A \cup B)^C) = n(U) - n(A \cup B) = 31 - 29 = 2$$

9. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\{2, 4\} \cap X = \{2, 4\}$$

[배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 은 $X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 와 같고,
 $\{2, 4\} \cap X = \{2, 4\}$ 은 $\{2, 4\} \subset X$ 와 같다.
 즉, X 는 원소 2, 4 를 반드시 포함하는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.
 따라서 X 의 개수는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 원소 2, 4 를 제외한 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
 $\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

10. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 옳지 않은 것은? (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset, U$ 는 전체집합)

[배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = A$ ② $A \cap B = A \cup B$
 ③ $n(A \cup B) = n(B)$ ④ $n(A) = n(A \cap B)$
 ⑤ $A \cup B = U$

해설

$$A \cup B \neq U$$

11. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 20 \text{보다 작은 소수}\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 4 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3, 5, 7 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는
 $2^{8-4} = 2^4 = 16$ (개)

12. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라. (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

보기

- ㉠ $A \cup B = A$
- ㉡ $A \cap B = A$
- ㉢ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
- ㉣ $n(A) = n(A \cap B)$
- ㉤ $n(A - B) = n(B - A)$
- ㉥ $n(A) - n(B) = 0$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$
 ㉢ $n(A \cup B) = n(A) = n(B)$
 ㉤ $n(A - B) = n(B - A) = 0$

13. 두 집합 $A = \{\neg, \neg, \neg, \neg\}, B = \{\neg, \neg, \neg, \neg\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합이면서 집합 B 의 부분집합이 되는 집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 0개 ② 2개 ③ 4개
- ④ 6개 ⑤ 8개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고 집합 B 의 부분집합도 되는 집합은 $\{\neg, \neg, \neg\}$ 의 부분집합과 같으므로 $2^3 = 8$ (개)

14. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 7을 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
- ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7\}$ 에서
 원소 1, 7을 모두 포함하는 부분집합은 $2^{4-2} = 4$ (개)이다.

15. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

- ㉠ 모든 원소는 자연수이다.
 ㉡ $2 \in A, 6 \in A$
 ㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로
 $2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$
 $4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$

16. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 5를 포함하는 부분집합의 개수가 32개일 때, n 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

집합 A 의 원소의 개수는 n 개 이므로 원소 2, 5를 포함하는 부분집합의 개수는
 $2^{n-2} = 32 = 2^5 \quad \therefore n = 7$

17. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}, B = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6개

해설

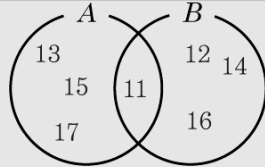
$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $B = \{12, 15\}$
 $X \subset A, B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$
 $\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 집합이므로
 $\{10, 11, 12, 15\}, \{10, 12, 13, 15\},$
 $\{10, 12, 14, 15\}, \{11, 12, 13, 15\},$
 $\{11, 12, 14, 15\}, \{12, 13, 14, 15\}$ 의 6개이다.

18. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{11, 13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$, $A \cap B = \{11\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{11, 12, 14, 16\}$

해설 {11, 12, 14, 16}



19. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 30\text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분 집합

$A = \{x|x \text{는 } 30\text{이하의 } 6\text{의 배수}\}$,

$B = \{x|x \text{는 } 30\text{이하의 } 9\text{의 배수}\}$,

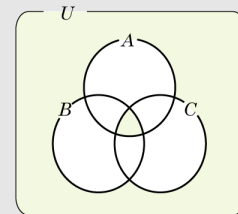
$C = \{9, 12, 18, 20, 25\}$ 에 대하여 $A \triangle B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때, $n((A \triangle B) \cap (A \triangle C))$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$(A \triangle B) \cap (A \triangle C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 21$$

$$\therefore n((A \triangle B) \cap (A \triangle C)) = 1 + 21 = 22$$

20. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x | k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$$

$$A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$$

$$A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$$

⋮

$$A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$$

$$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$$

$$\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10}) = 10$$

21. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28 개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

$$(\text{집합 } B \text{의 갯수}) = (U \text{의 부분집합의 갯수}) - (\text{A의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수})$$

$$= 2^5 - 2^{5-3}$$

$$= 2^5 - 2^2$$

$$= 32 - 4 = 28(\text{개})$$

22. 두 집합 $A = \{4, 3a, \frac{3}{a} + 1\}$, $B = \{a, a+1, 4a-3\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, A 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 2는 A 의 원소이다.

$$(i) 3a = 2 \text{ 이면 } a = \frac{2}{3}$$

$$A = \{\frac{11}{9}, 2, 4\}, B = \{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\}$$

$A - B = A$ 이므로 문제의 조건과 맞지 않는다.

$$(ii) \frac{a}{3} + 1 = 2 \text{ 이면 } a = 3$$

$$A = \{2, 4, 9\}, B = \{3, 4, 9\}$$

$A - B = \{2\}$ 이므로 문제의 조건에 적합

$$\therefore a = 3$$

23. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 4 미만의 자연수를 나타내는 집합을 모두 골라라.

- ㉠ $A \cap B \cap C$
㉡ $A \cap B - C$

㉢ $A \cap B^c - C$
㉣ $A \cap B \cap C^c$

㉤ $A^c \cap B \cap C$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $C = \{6, 12, 18, \dots\}$
 $A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$ 에서 집합 C 를 빼면 $\{1, 2, 3\}$ 즉 4 미만의 자연수가 남는다.