실력 확인 문제

1. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A)+n(B)$ 의 값을 구하여라.

$A = \{x|x\text{는 } 20\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 0 < x < 110\text{인 } 5\text{의 배수}\}$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$, $B = \{5, 10, 15, 20, \cdots, 105\}$ 이므로

$n(A) = 6,\ n(B) = 21$

$\therefore n(A) + n(B) = 27$

2. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

① $\{\varnothing\}$

② $\{x \mid x\text{는 두 자리의 자연수}\}$

③ $\{x \mid x\text{는 분자가 } 1\text{인 분수}\}$

④ $\{x \mid x\text{는 } 3\text{으로 나누었을 때 나머지가 } 2\text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x \mid x\text{는 } 100\text{보다 크고 } 101\text{보다 작은 자연수}\}$

해설

③ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\cdots\right\}$: 무한집합

④ $\{2,\ 5,\ 8\cdots\}$: 무한집합

3. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

① $\{a, b\}$

② $\varnothing$

③ $\{x|x\text{는 } 12\text{인 자연수}\}$

④ $\{x|x\text{는 } x \times 0 = 0\text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$

해설

③ $\{1,\ 2\}$: 유한집합

④ $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots\}$: 무한집합

⑤ $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$: 유한집합

4. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 10\text{ 이하인 홀수}\}$, $B = \{1,\ a,\ 3,\ b,\ 9\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, a, 3, b, 9\}$

$A = B$ 이므로 $a = 7$, $b = 5$ 또는 $a = 5$, $b = 7$ 이다.

$\therefore\ 7 + 5 = 12$

5. $A = \{a, b, c\}$ 일 때, 집합 A의 부분집합의 개수를 써라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

집합 A의 부분집합 : $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$, $\{a, b, c\}$
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 8 개 이다.

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고른것은?

보기

㉠ $(A^C)^C = A$ ㉡ $A \cup A^C = U$

㉢ $A \cap A^C = \varnothing$ ㉣ $(A \cup B) \subset B$

㉤ $U^C = \varnothing$

[배점 3, 중하]

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉤ ④ ㉠, ㉤

⑤ ㉤

해설

㉣ $B \subset (A \cup B)$

7. 두 집합 A, B에 대하여 $A \cup B$와 집합 B가 다음과 같을 때, 다음 중 집합 A가 될 수 없는 것은?

$A \cup B = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 3 미만의 자연수$\}$

[배점 4, 중중]

① $\{1, 4, 8\}$

② $\{x \mid x$는 5보다 작은 2의 배수$\}$

③ $\{4, 8\}$

④ $\{x \mid x$는 8 이하인 4의 배수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 12의 약수$\}$

해설

집합 $B = \{1, 2\}$이고, $A \cup B = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로
집합 A는 원소 4, 8을 반드시 포함하는 $A \cup B$의 부분집합이다.
⑤ $\{x \mid x$는 12의 약수$\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

8. 두 집합 $A = \{ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ\}$, $B = \{ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ\}$ 에 대하여 두 집합 A, B 의 부분집합이 되는 집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 0 개 ② 2 개 ③ 4 개
④ 6 개 ⑤ 8 개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수는 $\{ㄴ, ㄷ, ㄹ\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^3 = 8$ (개)

9. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 미만의 짝수$\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 2 개 인 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개
④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

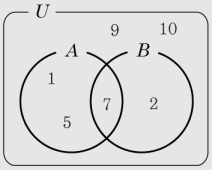
집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3 개 인 부분집합은 $\{2, 4\}$, $\{2, 6\}$, $\{2, 8\}$, $\{4, 6\}$, $\{4, 8\}$, $\{6, 8\}$ 따라서 부분집합의 개수는 6 이다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{2, 9, 10\}$, $B^c = \{1, 5, 9, 10\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 7\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합은? [배점 4, 중중]

① 2 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 13

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore$ $B = \{2, 7\}$ 이므로 집합 B 의 원소의 합은 9 이다.

11. 집합 $A = \{x \mid x$는 $4 \le x \le 8$인 자연수$\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 3 개인 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

해설

집합 $A = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가
3 개인 부분집합은
$\{4, 5, 6\}$, $\{4, 5, 7\}$, $\{4, 5, 8\}$,
$\{4, 6, 7\}$, $\{4, 6, 8\}$, $\{4, 7, 8\}$,
$\{5, 6, 7\}$, $\{5, 6, 8\}$, $\{5, 7, 8\}$, $\{6, 7, 8\}$ 의
10 개이다.

12. 집합 $A = \{a,\ b,\ c\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하면? [배점 5, 중상]

① 32 개 ② 64 개 ③ 128 개
④ 256 개 ⑤ 512 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는
$2^3 = 8$ (개)이므로 $n(B) = 8$ 이다.
따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는
$2^{n(B)} = 2^8 = 256$ (개)이다.

13. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots,\ 2n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $2(n-1)$ 과, $2n$ 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 32 일 때, n 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로
$2^{n-2} = 32 = 2^5$ 이다.
$\therefore\ n - 2 = 5$
$\therefore\ n = 7$
원소의 개수가 7 개 이므로 $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14\}$, $n = 14$ 이다.

14. 집합 $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:
▷ 정답: 48 개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개)이다.

15. 두 집합 $A = \{2a,\ a+6,\ 3a-1\}$, $B = \{2a+1,\ a+2,\ 8\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:
▷ 정답: 2

해설

$A = B$ 이므로 $8 \in A$
$2a = 8$ 또는 $a + 6 = 8$ 또는 $3a - 1 = 8$
(ⅰ) $2a = 8$ 일 때, $a = 4$
$A = \{8,\ 10,\ 11\}$, $B = \{6,\ 8,\ 9\}$
$A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.
(ⅱ) $a + 6 = 8$ 일 때, $a = 2$
$A = \{4,\ 5,\ 8\}$, $B = \{4,\ 5\ 8\}$
$A = B$ 이므로 조건에 적합.
(ⅲ) $3a - 1 = 8$ 일 때, $a = 3$
$A = \{6,\ 8,\ 9\}$, $B = \{5,\ 7,\ 8\}$
$\therefore\ A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ) 으로 부터 $a = 2$

16. 다음을 만족하는 집합을 조건제시법으로 알맞게 나타내지 않은 것을 고르면?

> 3 개의 홀수와 1 개의 짝수로 이루어져있다.
> 원소들은 각각 2 개의 약수만을 가진 수이다.
> 원소는 10 미만의 자연수이다.

[배점 5, 중상]

① $\{x \mid x$는 7 미만의 소수$\}$

② $\{x \mid x$는 7 이하의 소수$\}$

③ $\{x \mid x$는 9 미만의 소수$\}$

④ $\{x \mid x$는 9 이하의 소수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 10 미만의 소수$\}$

해설

3 개의 홀수와 1 개의 짝수로 이루어진 집합이므로 원소의 개수는 4 개임을 알 수 있다.
원소들은 각각 2 개의 약수만을 가지므로 소수임을 알 수 있다.
원소는 10 미만의 소수이므로 $\{2, 3, 5, 7\}$ 임을 알 수 있다.
① $\{x \mid x$는 7 미만의 소수$\} = \{2, 3, 5\}$
② $\{x \mid x$는 7 이하의 소수$\} = \{2, 3, 5, 7\}$
③ $\{x \mid x$는 9 미만의 소수$\} = \{2, 3, 5, 7\}$
④ $\{x \mid x$는 9 이하의 소수$\} = \{2, 3, 5, 7\}$
⑤ $\{x \mid x$는 10 미만의 소수$\} = \{2, 3, 5, 7\}$

17. 다음을 만족하는 집합을 조건제시법으로 알맞게 나타내지 않은 것을 고르면?

> 3 개의 홀수와 1 개의 짝수로 이루어져있다.
> 원소들은 각각 2 개의 약수만을 가진 수이다.
> 원소는 10 미만의 자연수이다.

[배점 5, 중상]

① $\{x \mid x$는 7 미만의 소수$\}$

② $\{x \mid x$는 7 이하의 소수$\}$

③ $\{x \mid x$는 9 미만의 소수$\}$

④ $\{x \mid x$는 9 이하의 소수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 10 미만의 소수$\}$

해설

3 개의 홀수와 1 개의 짝수로 이루어진 집합이므로 원소의 개수는 4 개임을 알 수 있다.
원소들은 각각 2 개의 약수만을 가지므로 소수임을 알 수 있다.
원소는 10 미만의 소수이므로 $\{2, 3, 5, 7\}$ 임을 알 수 있다.
① $\{x \mid x$는 7 미만의 소수$\} = \{2, 3, 5\}$
② $\{x \mid x$는 7 이하의 소수$\} = \{2, 3, 5, 7\}$
③ $\{x \mid x$는 9 미만의 소수$\} = \{2, 3, 5, 7\}$
④ $\{x \mid x$는 9 이하의 소수$\} = \{2, 3, 5, 7\}$
⑤ $\{x \mid x$는 10 미만의 소수$\} = \{2, 3, 5, 7\}$

18. $n(\varnothing)+n(\{0\})+n(\{\varnothing\})$ 을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$n(\varnothing)=0,\ n(\{0\})=1,\ n(\{\varnothing\})=1$

$n(\varnothing)+n(\{0\})+n(\{\varnothing\})=2$

19. $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,10\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여 $A\cup X=A, (A-B)\cap X=A-B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 5, 중상]

① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개

④ 32 개 ⑤ 64 개

해설

$A\cup X=A$ 이므로 $X\subset A$ 이고 $(A-B)\cap X=A-B$ 이므로 $(A-B)\subset X$ 이다. $\therefore (A-B)\subset X\subset A$

$A-B=\{6,8,10\}$ 이므로 집합 X는 6, 8, 10 을 반드시 포함하는 A 의 부분집합이다.

따라서 $2^{5-3}=2^2=4$(개) 이다.

20. 집합 $A=\{x|x$는 15의 약수$\}$, $B=\{x|x$는 9의 약수$\}$ 에 대하여 $(A\cup B)\cap X=X$, $(A\cap B)\cup X=X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

$A=\{1,3,5,15\}, B=\{1,3,9\}$ 이므로

$A\cap B=\{1,3\}$

$A\cup B=\{1,3,5,9,15\}$

$(A\cup B)\cap X=X$ 이므로 $X\subset(A\cup B)$

$(A\cap B)\cup X=X$ 이므로 $(A\cap B)\subset X$

$\therefore (A\cap B)\subset X\subset(A\cup B)$

X 는 원소 1, 3 을 포함하는

$\{1,\ 3,\ 5,\ 9,\ 15\}$ 의 부분집합이므로

(집합 X의 갯수) $=2^{5-2}=2^3=8$(개)

21. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 5, 중상]

① $A\cup B=B\cup A$

② $B\subset A$ 이면 $A\cap B=B$

③ $A\cap A=\varnothing$

④ $B\cap\varnothing=\varnothing$

⑤ $A\subset(A\cup B)$

해설

③ $A\cap A=A$

22. 전체집합 $U = \{x|x$는 25 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A-B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$n(U) = 25$ 이므로

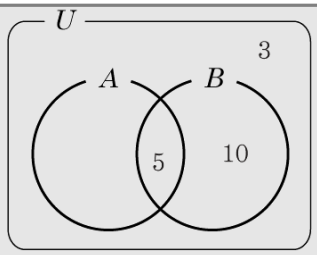
$n(B) = n(U) - n(B^c) = 25 - 10 = 15$

$A^c \cap B = B - A$ 이므로

$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$

$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.



23. 세 집합 $A = \{x|x$는 한국인$\}$, $B = \{x|x$는 학생$\}$, $C = \{x|x$는 여자$\}$ 에 대하여 한국의 남학생을 나타내는 집합을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

① $(A \cup B) - C$ ② $A \cup B \cup C$

③ $(A \cap B) - C$ ④ $A \cap B \cap C^c$

⑤ $(A - B)^c \cap C^c$

해설

한국 학생 중 여학생을 뺀 것 또는 한국 학생 중 여자가 아닌 사람이므로

$(A \cap B) - C$ 또는 $A \cap B \cap C^c$ 이다.

24. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 한 자리의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x|x$는 10 이하의 홀수$\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \cdots, 9\}$

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$n(U) = 9$, $n(A \cup B) = 9$ 이므로

$A \cup B = U \cdots ①$

$n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \varnothing \cdots ②$

① 과 ② 에 의하여

$B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$

25. 재원이네 반 학생 42 명 중 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 축구를 좋아하는 학생이 24 명이다. 야구와 축구를 둘 다 좋아하는 학생이 12 명 일 때, 야구와 축구를 모두 좋아하지 <u>않는</u> 학생 수는? [배점 5, 상하]

① 0 명 ② 1 명 ③ 2 명

④ 3 명 ⑤ 4 명

해설

야구를 좋아하는 학생의 집합을 A , 축구를 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면

$n(U) = 42,\ n(A) = 26,\ n(B) = 24,\ n(A \cap B) = 12$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 50 - 12 = 38$ 이므로

$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 42 - 38 = 4$