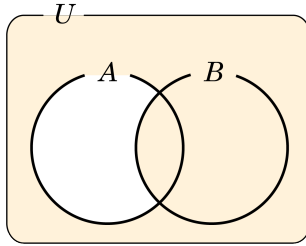


실력 확인 문제

1. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 19$, $n(B) = 33$, $n(A^c \cup B^c) = 54$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 41

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A - B)^c$ 이다.

$$n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B)$$

$$54 = 57 - n(A \cap B) \text{ 에서 } n(A \cap B) = 3$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 19 - 3 = 16$$

$$\therefore n((A - B)^c) = n(U) - n(A - B) = 57 - 16 = 41$$

2. 다음 중 주어진 조건에 의해 그 대상을 분명히 알 수 있는 것이 아닌 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

① 2 보다 작은 짝수의 모임

② 암기력이 좋은 사람들의 모임

③ 분자가 3 인 분수의 모임

④ 4 보다 작은 4 의 배수의 모임

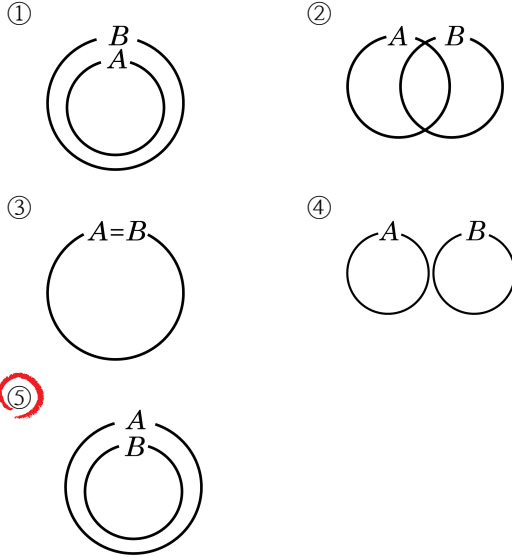
⑤ 작은 수들의 모임

해설

② ‘암기력이 좋은’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

⑤ ‘작은’ 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

3. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, \{1, 2, 3, 6\}$ 을 원소로 가지는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]



해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $B \subset A, A \neq B$

4. 집합 $A = \{a, b, \{c\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?
 [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{a, b\} \in A$
 ③ $\{c\} \subset A$ ④ $\{b\} \in A$
 ⑤ $\{a, b, c\} \subset A$

해설

A 의 원소는 $a, b, \{c\}, \emptyset$ 이므로 ① $\emptyset$ 은 A 의 부분집합이기도 하고 A 의 원소이기도 하다.

한편,

- ② $\{a, b\} \subset A$
 ③ $\{c\} \in A$
 ④ $\{b\} \subset A$
 ⑤ $\{a, b, \{c\}\} \subset A$
 이다.

5. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 그 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$A \cap B = \{1, 3, 5\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$$

$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 이므로 집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 집합이다. 이를 만족하는 집합 X 의 개수는

$\{1, 3, 5\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}, \{1, 3, 5, 7\},$
 $\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 4, 5, 7\}, \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 의 8개이다.

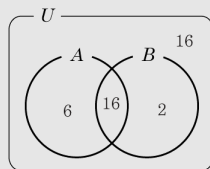
6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A) = 22$, $n(B) = 18$, $n(A - B) = 6$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설



7. 다음 중 두 집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 인 것을 고르면? [배점 4, 중중]

① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}, B = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$

③ $A = \emptyset, B = \{x \mid x \text{는 } x, y, z\}$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$

⑤ $A = \{x \mid x = 2 \times n - 1, n = 1, 2, 3, \dots\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$

해설

④ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \supset \{6, 12, 18, 24, \dots\}$

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 2개인 부분집합의 개수는?

[배점 4, 중중]

① 2개

② 4개

③ 6개

④ 8개

⑤ 10개

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 부분집합은 $\{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{4, 6\}, \{4, 8\}, \{6, 8\}$ 따라서 부분집합의 개수는 6이다.

9. 두 집합 $A = \{5, 9, a - 2\}$, $B = \{5, 7, b + 3\}$ 에 대하여 집합 A 는 집합 B 에 포함되고, 집합 B 는 집합 A 에 포함될 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 3 ② 7 ③ 11 ④ 15 ⑤ 19

해설

$A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

$7 \in A$ 이므로 $a - 2 = 7$

$\therefore a = 9$

$9 \in B$ 이므로 $b + 3 = 9$

$\therefore b = 6$

$\therefore a + b = 9 + 6 = 15$

10. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?.

[배점 4, 중중]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$
 ③ $n(A) = 5$ ④ $\{4\} \subset A$
 ⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

11. 다음 집합의 관한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

① $A = \{\emptyset\}$ 일 때, $n(A) = 1$

② $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 0$

③ $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(C) = 6$

④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = c$

⑤ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$

해설

② $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 1$

④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 1$

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 48 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개)이다.

13. 다음 조건을 만족하는 두 집합 A, B 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

㉠ $A = \{2, a, a^2\}, B = \{b, c, 4\}$

㉡ $A \subset B, B \subset A$

㉢ a, b, c 가 서로 다른 자연수

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$

$4 \in B$ 이므로 $4 \in A$

$a = 4$ 또는 $a^2 = 4$

(i) $a = 4$ 일 때, $A = \{2, 4, 16\}, B = \{b, c, 4\}$

$\therefore b = 2, c = 16$ 또는 $b = 16, c = 2$

(ii) $a^2 = 4$ 일 때, $a = 2$ (a 는 자연수)

$A = \{2, 2^2\} = \{2, 4\}, B = \{b, c, 4\}$

b 또는 c 가 2 이어야 하므로 a, b, c 가 서로 다른 자연수가 될 수 없다.

$\therefore a + b + c = 4 + 2 + 16 = 22$

14. $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 부분집합은 몇 개인가? [배점 5, 중상]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

집합 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합

원소가 0개인 것은 $\emptyset$

원소가 1개인 것은 $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$

원소가 2개인 것은 $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, a\}$

원소가 3개인 것은

$\{a, b, c\}, \{b, c, d\}, \{c, d, a\}, \{a, b, d\}$

원소가 4개인 것은 $\{a, b, c, d\}$

15. 집합 $A = \{2, 4, 6, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 4, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 16개일 때, n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 2, 4, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-3} 개이다.

$2^{a-3} = 16 = 2^4$

$a - 3 = 4$ 이므로 $a = 7$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7개이므로 n 의 값은 14이다.

16. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구한 것은? [배점 5, 중상]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 $A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $(A \cap B) \cup X = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$
 $\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$
 X 는 원소 1, 2, 3, 6을 포함하는
 $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$ 의 부분집합이므로
(집합 X 의 갯수) $\equiv 2^{8-4} = 2^4 = 16(\text{개})$

17. 전체집합의 세 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n((A - B) \cup (A - C) \cup (B - C))$ 를 구하면? [배점 5, 상하]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 15\}$, $C = \{1, 2, 4, 8, 16\}$
 $A - B = \{2, 6\}$, $B - C = \{3, 5, 15\}$, $A - C = \{3, 6\}$
 $\therefore (A - B) \cup (A - C) \cup (B - C) = \{2, 6\} \cup \{3, 6\} \cup \{3, 5, 15\} = \{2, 3, 5, 6, 15\}$
따라서 $n((A - B) \cup (A - C) \cup (B - C)) = 5$

18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 28 개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로
(집합 B 의 갯수) $= (U \text{의 부분집합의 갯수}) - (A \text{의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수})$
 $= 2^5 - 2^{5-3}$
 $= 2^5 - 2^2$
 $= 32 - 4 = 28(\text{개})$

19. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 4 미만의 자연수를 나타내는 집합을 모두 골라라.

- ㉠ $A \cap B \cap C$ ㉡ $A \cap B - C$
 ㉢ $A \cap B^c - C$ ㉣ $A \cap B \cap C^c$
 ㉤ $A^c \cap B \cap C$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $C = \{6, 12, 18, \dots\}$
 $A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$ 에서 집합 C 를 빼면
 $\{1, 2, 3\}$ 즉 4 미만의 자연수가 남는다.

20. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 한국인}\}$, $B = \{x|x \text{는 학생}\}$, $C = \{x|x \text{는 여자}\}$ 에 대하여 한국의 남학생을 나타내는 집합을 모두 고르면?

[배점 5, 상하]

- ① $(A \cup B) - C$ ② $A \cup B \cup C$
 ③ $(A \cap B) - C$ ④ $A \cap B \cap C^c$
 ⑤ $(A - B)^c \cap C^c$

해설

한국 학생 중 여학생을 뺀 것 또는 한국 학생 중 여자가 아닌 사람이므로
 $(A \cap B) - C$ 또는 $A \cap B \cap C^c$ 이다.