

실력 확인 문제

1. 다음 중 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 한 자리의 홀수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 10 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 5 이하의 자연수 중 2로 나누었을 때 나머지가 1인 수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 5보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 1보다 큰 한 자리의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ② $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{1, 3\}$
- ⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 10 미만의 짝수}\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ 일 때, 다음 집합의 원소들의 합을 구하여라.

보기

$$\{x \mid x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\begin{aligned} \{x \mid x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\} &= B - A \\ A &= \{2, 4, 6, 8\}, \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\} \text{ 이므로 } B - A = \{1, 3, 5\} \\ \therefore 1 + 3 + 5 &= 9 \end{aligned}$$

3. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$$A = \{x \mid x \text{는 8의 약수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 10보다 작은 자연수}\},$$

$C = \{x \mid x \text{는 한 자리 짝수인 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $B \subset A$ ② $A \subset C$ ③ $C \subset B$
- ④ $A \not\subset B$ ⑤ $A = C$

해설

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 4, 8\}, \quad B = \{1, 2, 3, \dots, 9\}, \\ C &= \{2, 4, 6, 8\} \text{ 이므로} \\ C &\subset B \text{ 이다.} \end{aligned}$$

4. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 24$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 9$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는? [배점 4, 중중]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) = 9, \\ n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41, \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B), \\ 41 &= 24 + n(B) - 15 \\ \therefore n(B) &= 32 \end{aligned}$$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$, $A = \{2, 3, 5\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 반드시 포함해야 하는 원소는? [배점 4, 중중]

① 1, 4 ② 1, 3, 5
③ 2, 3, 5 ④ 2, 3, 4, 5
⑤ 1, 2, 3, 4, 5

해설

집합 $A = \{2, 3, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 B 는 원소 1, 4를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

6. 두 집합 $A = \{1, 4, 6, 7, a\}$, $B = \{2, 3, b, b+3\}$ 에 대하여 $A - B = \{1, 5, 6\}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

집합 A 에서 $a = 5$
 $A \cap B = \{4, 7\}$ 이므로
(i) $b+3 = 4$ 일 때, $b = 1$ 이므로
 $B = \{1, 2, 3, 4\}$ $A \cap B = \{1, 4\}$ (×)
(ii) $b = 4$ 일 때,
 $B = \{2, 3, 4, 7\}$ $A \cap B = \{4, 7\}$ (○)
 $\therefore a+b = 5+4 = 9$

7. 세 집합

$A = \{w, x, y, z\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\}$ 일 때,
 $n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$
 $C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$
 $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$

8. 두 집합 $A = \{5, 9, a - 2\}$, $B = \{5, 7, b + 3\}$ 에 대하여 집합 A 는 집합 B 에 포함되고, 집합 B 는 집합 A 에 포함될 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 3 ② 7 ③ 11 ④ 15 ⑤ 19

해설

$A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

$7 \in A$ 이므로 $a - 2 = 7$

$\therefore a = 9$

$9 \in B$ 이므로 $b + 3 = 9$

$\therefore b = 6$

$\therefore a + b = 9 + 6 = 15$

9. $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중에서 a 또는 d 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 4개 ② 8개 ③ 10개
④ 12개 ⑤ 24개

해설

(i) a 를 포함하는 경우

$$2^{5-1} = 2^4 = 16 \text{ (개)}$$

(ii) d 를 포함하는 경우

$$2^{5-1} = 16 \text{ (개)}$$

(i) a 와 d 를 모두 포함하는 경우

$$2^{5-2} = 8 \text{ (개)}$$

따라서 구하는 부분집합의 개수는

$$16 + 16 - 8 = 24 \text{ (개)이다.}$$

10. 두 집합 $A = \{2, 2a, a + 4\}$, $B = \{2, 10, b\}$ 에 대하여, $A = B$ 일 때, 가능한 a, b 의 값을 모두 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 5, b = 9$

▷ 정답: $a = 6, b = 12$

해설

$A = B$ 이고 $10 \in B$ 이므로 $10 \in A$

$2a = 10$ 또는 $a + 4 = 10$

(i) $2a = 10$ 일 때, $a = 5$ 이므로

$$A = \{2, 9, 10\}, B = \{2, 10, b\} \quad \therefore b = 9$$

(ii) $a + 4 = 10$ 일 때, $a = 6$ 이므로

$$A = \{2, 10, 12\}, B = \{2, 10, b\} \quad \therefore b = 12$$

따라서 가능한 a, b 의 값은

$a = 5, b = 9$ 또는 $a = 6, b = 12$ 이다.

11. 다음을 계산하여라.

$$n(\{1, 2\}) + n(\{0\}) + n(\emptyset) + n(\{0, 1, 2\})$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$n(\{1, 2\}) = 2, n(\{0\}) = 1, n(\emptyset) = 0,$$

$$n(\{0, 1, 2\}) = 3$$

$$n(\{1, 2\}) + n(\{0\}) + n(\emptyset) + n(\{0, 1, 2\}) = 6$$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것을 골라라
[배점 5, 중상]

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$
- ③ $A \cup \emptyset = \emptyset$
- ④ $A \subset B, B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$
- ③ $A \cup \emptyset = A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

13. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

[배점 5, 중상]

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개
- ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$(A - B) \cap X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$

$(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$

$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$

집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

14. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $A = B, B = C$ 이면 $A = C$ 이다.
- ② $A \supset B, B = C$ 이면 $A \supset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ④ $A \supset B, B \supset C, C \supset A$ 이면 $A = C$ 이다.
- ⑤ $n(A) < n(B) < n(C)$ 이면 $A \subset B \subset C$ 이다.

해설

⑤ 예를 들면 $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{6, 7, 8, 9\}$ 일 때,
 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이지만 $A \subset B \subset C$ 는 아니다.

15. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 골라라
[배점 5, 중상]

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$
- ③ $A \cup \emptyset = \emptyset$
- ④ $A \subset B, B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$
- ③ $A \cup \emptyset = A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

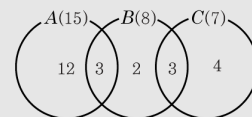
16. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15, n(B) = 8, n(C) = 7, n(A \cap B) = 3, A \cap C = \emptyset, n(B \cap C) = 3$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

17. 두 집합 $A = \{11, 13\}$, $B = \{9, 11, 13, 15, 17\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 원소 11, 13을 모두 포함하는 집합이므로 구하는 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 28개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

$$\begin{aligned} (\text{집합 } B \text{의 갯수}) &= (U \text{의 부분집합의 갯수}) - \\ &= (A \text{의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수}) \\ &= 2^5 - 2^{5-3} \\ &= 2^5 - 2^2 \\ &= 32 - 4 = 28(\text{개}) \end{aligned}$$

19. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 한국인}\}$, $B = \{x|x \text{는 학생}\}$, $C = \{x|x \text{는 여자}\}$ 에 대하여 한국의 남학생을 나타내는 집합을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

① $(A \cup B) - C$

② $A \cup B \cup C$

③ $(A \cap B) - C$

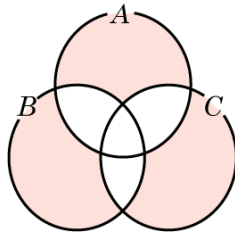
④ $A \cap B \cap C^c$

⑤ $(A - B)^c \cap C^c$

해설

한국 학생 중 여학생을 뺀 것 또는 한국 학생 중 여자가 아닌 사람이므로 $(A \cap B) - C$ 또는 $A \cap B \cap C^c$ 이다.

20. 1 에서 100 까지의
자연수 중에서 $A =$
 $\{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B =$
 $\{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $C =$
 $\{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음
벤 다이어그램에 색칠된 부분
에 속하는 원소의 개수는?



[배점 5, 상하]

- ① 48 개 ② 67 개 ③ 75 개
④ 77 개 ⑤ 85 개

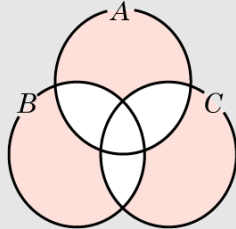
해설 부분에 속하는 원소
의 개수는

$$n(A) + n(B) + n(C) - 2 \times$$

$$n(A \cap B) - 2 \times n(B \cap C) -$$

$$2 \times n(C \cap A) + 3 \times n(A \cap$$

$$B \cap C) \text{ 이다.}$$



$n(A) = 50, n(B) = 33, n(C) = 20$, $A \cap B =$
 $\{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(A \cap B) = 16$
 $B \cap C = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(B \cap C) =$
 6 , $C \cap A = \{x|x \text{는 } 10 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(C \cap$
 $A) = 10$
 $A \cap B \cap C = \{x|x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(A \cap$
 $B \cap C) = 3$
따라서 $50 + 33 + 20 - 2 \times 16 - 2 \times 6 - 2 \times 10 + 3 \times 3 =$
48 이다.

21. 두 집합 $A = \{2, 3, 5, 7, 8, 9\}$, $B =$
 $\{x|x \text{는 } 9 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$,
 $n(X \cap B) = 2$ 을 만족하는 집합 X 의 개수는?
[배점 5, 상하]

- ① 16 개 ② 20 개 ③ 24 개
④ 28 개 ⑤ 32 개

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7, 8, 9\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$X - A = \emptyset \text{ 이면 } X \subset A$$

$n(X \cap B) = 2$ 이므로 X 는 B 의 원소 두개를 포
함하고 나머지 두 원소는 포함하지 않는 A 의 부
분집합이다.

X 가 2, 3 을 포함하고 5, 7 을 포함하지 않은 경우
(집합 X 의 갯수) $= 2^{6-4} = 4(\text{개})$,

X 가 (2, 5), (2, 7), (3, 5), (3, 7), (5, 7) 을
포함한 경우도

마찬가지이므로 (집합 X 의 갯수) $= 4 \times 6 =$
24(개) 이다.