실력 확인 문제

1. 다음 중 공집합이 아닌 유한집합을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

① $\{x \mid x \leq 1, x$는 자연수$\}$

② $\{x \mid x$는 5로 나누었을 때 나머지가 3인 자연수$\}$

③ $\{x \mid x < 2, x$는 소수$\}$

④ $\{x \mid x$는 4의 약수 중 홀수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 25보다 큰 25의 배수$\}$

해설

① $\{1\}$
② $\{3,\ 8,\ 13,\ \cdots\}$
③ $\varnothing$
④ $\{1\}$
⑤ $\{50,\ 75,\ 100,\ \cdots\}$

2. 세 집합 $A,\ B,\ C$ 에 대하여
$A = \{13,\ 15,\ 17,\ 19\}$, $B = \{x \mid x$는 12 이상 20 이하의 홀수$\}$,
$C = \{x \mid x$는 13보다 크고 21보다 작은 홀수$\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $A \subset B$ ② $A \not\subset C$ ③ $B \subset A$
④ $B \subset C$ ⑤ $C \subset B$

해설

$C \subset A = B$

3. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① 3 보다 크고 10 보다 작은 2 의 배수의 모임

② 5 보다 큰 5 의 배수의 모임

③ 4 보다 작은 짝수의 모임

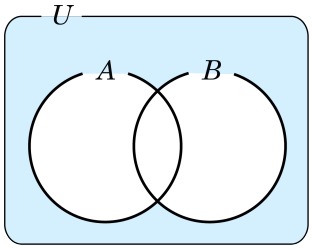
④ 혈액형이 A 형인 학생들의 모임

⑤ 1 에 가까운 자연수의 모임

해설

'가까운' 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

4. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 31$, $n(A) = 23$, $n(B) = 12$, $n(A \cap B) = 6$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합은$(A \cup B)^C$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 23 + 12 - 6 = 29$

$\therefore\ n((A \cup B)^C) = n(U) - n(A \cup B) = 31 - 29 = 2$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① $A \cap B = B$ ② $A \supset B$

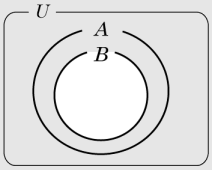
③ $A = B$ ④ $A^c \subset B^c$

⑤ $B - A = \varnothing$

해설

$A \cup B = A$ 이므로 $A \supset B$ 이다.

따라서,



로 나타낼 수 있다.

③ $A \neq B$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고른것은?

보기

㉠ $(A^C)^C = A$ ㉡ $A \cup A^C = U$

㉢ $A \cap A^C = \varnothing$ ㉣ $(A \cup B) \subset B$

㉤ $U^C = \varnothing$

[배점 3, 중하]

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉤ ④ ㉠, ㉤

⑤ ㉤

해설

㉣ $B \subset (A \cup B)$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 8$, $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 를 각각 구한 것으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $n(A - B) : 4$, $n(B - A) : 4$

② $n(A - B) : 4$, $n(B - A) : 5$

③ $n(A - B) : 5$, $n(B - A) : 4$

④ $n(A - B) : 5$, $n(B - A) : 5$

⑤ $n(A - B) : 8$, $n(B - A) : 7$

해설

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 3 = 5$

$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$

$12 = 5 + 3 + n(B - A) \quad \therefore\ n(B - A) = 4$

8. 두 집합 $A = \{8 - a,\ 5,\ 7\}$, $B = \{b, a, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 7\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$A \cap B = \{1, 7\}$ 이므로 $1 \in A$ 이다.

$\therefore\ 8 - a = 1, \quad a = 7$

따라서 $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{b, 7, 8\}$ 이다.

$(A \cup B) - A = \{3, 8\}$ 이므로 $3 \in B$ 이다.

$\therefore\ b = 3$

$\therefore a + b = 7 + 3 = 10$

9. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4,\ n$은 자연수$\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 4, 중중]

① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$

④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$A = \{3,\ 10,\ 17,\ \cdots\}$

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

④ $10 \in A$

10. $\{\{0\}, 1, 2, \{1, 2\}, \{\varnothing\}\}$ 를 원소로 가지는 집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $\varnothing \in A$ ② $\{0\} \subset A$

③ $\{1, 2\} \subset A$ ④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{\varnothing\} \subset A$

해설

① $\{\varnothing\} \in A$

② $\{\{0\}\} \subset A$

④ $1 \in A$

⑤ $\{\{\varnothing\}\} \subset A$

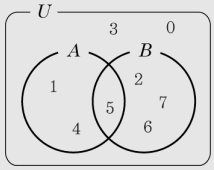
11. 전체집합 $U = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$, $(A \cup B)^c = \{0,\ 3\}$, $A - B = \{1,\ 4\}$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$B - A = \{2,\ 6,\ 7\}$ 이므로 $n(B - A) = 3$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a,\ b,\ e\}$ 이고, $A \cap B = \{b,\ e\}$, $A \cup B = \{a,\ b,\ d,\ e,\ h\}$ 일 때, 집합 B 는?

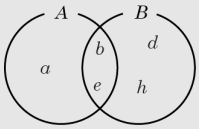
[배점 4, 중중]

① $\{a,\ d,\ e,\ h\}$ ② $\{b,\ d,\ e,\ h\}$

③ $\{b,\ e,\ h\}$ ④ $\{d,\ e,\ h\}$

⑤ $\{d,\ e\}$

해설



$\therefore\ B = \{b,\ d,\ e,\ h\}$

13. 집합 $A = \left\{ x \mid \frac{11}{x} = 5\text{인 자연수} \right\}$ 의 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개
④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$A = \varnothing$
모든 집합의 부분집합에는 $\varnothing$ 과 자기 자신이 포함되는데 $\varnothing$ 은 $\varnothing$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개

14. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4,\ n\text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $3 \notin A$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
④ $10 \notin A$ ⑤ $17 \in A$

해설

$A = \{3,\ 10,\ 17,\ \cdots\}$
① $3 \in A$
② $4 \notin A$
④ $10 \in A$

15. 집합 $A = \{x \mid x\text{는 20보다 작은 소수}\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 4개 ② 10개 ③ 12개
④ 16개 ⑤ 20개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 $2, 3, 5, 7$ 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{8-4} = 2^4 = 16$ (개)

16. $\{\{0\}, 1, 2, \{1, 2\}, \{\varnothing\}\}$ 를 원소로 가지는 집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $\varnothing \in A$ ② $\{0\} \subset A$
③ $\{1, 2\} \subset A$ ④ $\{1\} \in A$
⑤ $\{\varnothing\} \subset A$

해설

① $\{\varnothing\} \in A$
② $\{\{0\}\} \subset A$
④ $1 \in A$
⑤ $\{\{\varnothing\}\} \subset A$

17. 다음 중 공집합인 것은? [배점 4, 중중]

① $\{x|x$는 분모가 7인 기약분수$\}$

② $\{x|x$는 9의 배수 중 짝수$\}$

③ $\{x|x$는 11 미만의 홀수$\}$

④ $\{x|1 < x \leq 2,\ x$는 자연수$\}$

⑤ $\{x|x$는 1보다 작은 자연수$\}$

해설

① $\left\{\frac{1}{7},\ \frac{2}{7},\ \frac{3}{7},\ \cdots\right\}$

② $\{18,\ 36,\ 54,\ \cdots\}$

③ $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

④ $\{2\}$

18. 집합 $A = \{x \mid x$는 15 이하의 3의 배수$\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 짝수인 집합 A 의 부분집합의 개수는? [배점 5, 중상]

① 6 개 ② 12 개 ③ 18 개

④ 24 개 ⑤ 30 개

해설

$A = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15\}$ 적어도 하나는 짝수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 홀수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면되므로 $2^5 - 2^3 = 32 - 8 = 24$ (개) 이다.

19. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A = B$ 이면 $A \subset B,\ B \subset A$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$

④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}) - n(\{1,\ 2,\ 3\}) = 4$

해설

② $A = \{1,\ 2\},\ B = \{3,\ 4\}$ 이면
$n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$

③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만
$n(A) < n(B)$가 아닌 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}) = 4$
$n(\{1,\ 2,\ 3\}) = 3$
$4 - 3 = 1$

20. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 미만의 홀수$\}$ 의 부분집합을 B 라고 할 때, $n(B) = 3$ 인 집합 B 의 개수는?

[배점 5, 중상]

① 6개 ② 7개 ③ 8개

④ 9개 ⑤ 10개

해설

집합 B는 집합 A의 부분집합 중 그 원소의 개수가 3개인 집합이다.

$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$이므로 원소가 3개인 집합 A의 부분집합은

$\{1,\ 3,\ 5\}, \{1,\ 3,\ 7\}, \{1,\ 3,\ 9\},$

$\{1,\ 5,\ 7\}, \{1,\ 5,\ 9\}, \{1,\ 7,\ 9\},$

$\{3,\ 5,\ 7\}, \{3,\ 5,\ 9\}, \{3,\ 7,\ 9\},$

$\{5,\ 7,\ 9\}$이므로 모두 10개이다.

21. 두 집합 $A = \{0, a+1, b\}, B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}, A \cap B = \{3\}$ 일 때 $a - b$ 는?

[배점 5, 중상]

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

$A = \{0, a+1, b\}, B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}, A \cap B = \{3\}$ 이므로 A 에는 있고 B 에는 없는 원소는 0 과 1 이며 두 집합에 모두 있는 원소는 3 이다.

따라서 $a+1 = 3$ 또는 $b = 3$ 임을 알 수 있다.

1) $a+1 = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 2$, $b = 1$ 이므로 $B = \{2, 1, 3\}$이 되어 $A \cap B = \{3\}$ 에 부적합.

2) $b = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 0$, $b = 3$ 이므로 $B = \{-3, 3, 6\}$ 조건에 합치.

$\therefore a - b = -3$