

실력 확인 문제

1. 두 집합이 서로 같지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 1\}$
- ② $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ③ $A = \{a, b, c\}, B = \{c, b, a\}$
- ④ $A = \{x|x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ⑤ $A = \{3, 6, 9, 12\}, B = \{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

⑤ $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\} \neq A$

2. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① \emptyset
- ② $\{x | x \text{는 두 자리의 자연수}\}$
- ③ $\{x | x \text{는 분자가 } 1 \text{인 분수}\}$
- ④ $\{x | x \text{는 } 3 \text{으로 나누었을 때 나머지가 } 2 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x | x \text{는 } 100 \text{보다 크고 } 101 \text{보다 작은 자연수}\}$

해설

- ③ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$: 무한집합
- ④ $\{2, 5, 8, \dots\}$: 무한집합

3. 다음 중 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x | x \text{는 한 자리의 홀수}\}$
- ② $\{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x | x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 수}\}$
- ④ $\{x | x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x | x \text{는 } 1 \text{보다 큰 한 자리의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ② $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{1, 3\}$
- ⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 43, n(B) = 28, n(A \cup B) = 50$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 29

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A \cup B) - n(B) = 50 - 28 = 22 \\ n(B - A) &= n(A \cup B) - n(A) = 50 - 43 = 7 \\ \therefore n(A - B) + n(B - A) &= 29 \end{aligned}$$

5. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\{2, 4\} \cap X = \{2, 4\}$$

[배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 은 $X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 와 같고,
 $\{2, 4\} \cap X = \{2, 4\}$ 은 $\{2, 4\} \subset X$ 와 같다.
 즉, X 는 원소 2, 4 를 반드시 포함하는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.
 따라서 X 의 개수는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 원소 2, 4 를 제외한 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
 $\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 8, n(A \cap B) = 3, n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 를 각각 구한 것으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $n(A - B) : 4, n(B - A) : 4$
 ② $n(A - B) : 4, n(B - A) : 5$
 ③ $n(A - B) : 5, n(B - A) : 4$
 ④ $n(A - B) : 5, n(B - A) : 5$
 ⑤ $n(A - B) : 8, n(B - A) : 7$

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 3 = 5$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$12 = 5 + 3 + n(B - A) \quad \therefore n(B - A) = 4$$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $n(A) = 14, n(B) = 31$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 7 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

$$A \subset B \text{ 이므로 } A \cup B = B, A \cap B = A,$$

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 31 - 14 = 17$$

8. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- | | |
|---------------------|-------------------------------|
| ㉠ $\{0\} \subset A$ | ㉡ $\emptyset \subset A$ |
| ㉢ $0 \notin A$ | ㉣ $A \not\subset \{2, 3, 1\}$ |
| ㉤ $\{1\} \subset A$ | ㉥ $\{0, 1\} \not\subset A$ |

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉥

해설

- ㉠ $\{0\} \not\subset A$
- ㉥ $A \subset \{2, 3, 1\}$

9. 세 집합

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$$

10. 다음 중 옳은 것은 ?

[배점 4, 중중]

- ① $\{x \mid x \text{는 짝수}\} \subset \{x \mid x \text{는 홀수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\} \subset \{1, 2, 3\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 배수}\} \subset \{100, 200, 300\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} \supset \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 홀수}\} \subset \{1, 3, 5, 7\}$

해설

$$\textcircled{4} \{3, 6, 9, 12, 15, 18 \dots\} \supset \{9, 18, 27, 36 \dots\}$$

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \leq x \leq 8 \text{인 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 3 개인 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

해설

집합 $A = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가

3 개인 부분집합은

$$\{4, 5, 6\}, \{4, 5, 7\}, \{4, 5, 8\},$$

$$\{4, 6, 7\}, \{4, 6, 8\}, \{4, 7, 8\},$$

$$\{5, 6, 7\}, \{5, 6, 8\}, \{5, 7, 8\}, \{6, 7, 8\} \text{ 의}$$

10개이다.

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 짝수인 집합 A 의 부분집합의 개수는?
[배점 5, 중상]

- ① 6 개 ② 12 개 ③ 18 개
④ 24 개 ⑤ 30 개

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ 적어도 하나는 짝수인 부분 집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 홀수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^5 - 2^3 = 32 - 8 = 24$ (개) 이다.

13. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A = B$ 이면 $A \subset B, B \subset A$
② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

- ② $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$
③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만 $n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$
⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$
 $n(\{1, 2, 3\}) = 3$
 $4 - 3 = 1$

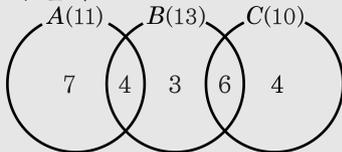
14. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 11, n(B) = 13, n(C) = 10, n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 17, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수는?

[배점 5, 중상]

- ① 12 ② 17 ③ 24 ④ 30 ⑤ 34

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
- ㉡ $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$
- ㉢ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ㉣ U^c 은 모든 집합의 부분집합이다.
- ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

[배점 5, 중상]

해설

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$ 이다.
- ㉡ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
- ㉢ $U^c = \emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이다.
- ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $A = B$ 이므로 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

16. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 4, 6 을 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 64 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 4, 6 을 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-2} (개) 이다.

$$2^{n-2} = 64, \quad 2^{n-2} = 2^6$$

$$n - 2 = 6 \text{ 이므로 } n = 8$$

17. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 28 개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

$$\begin{aligned} (\text{집합 } B \text{ 의 갯수}) &= (\text{U의 부분집합의 갯수}) - (\text{A의 원소를 포함하지 않는 U의 부분집합의 갯수}) \\ &= 2^5 - 2^{5-3} \\ &= 2^5 - 2^2 \\ &= 32 - 4 = 28(\text{개}) \end{aligned}$$

18. 전체집합 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 두 부분집합 $A = \{7, 19\}$, $B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$A \cup X = X, \quad X \cap (B - A) = \{5, 11\}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 4 개

해설

$$A \cup X = X \text{ 이므로 } A \subset X$$

$\therefore 7, 19$ 는 X 의 원소

$B - A = \{3, 5, 11, 13\}$ 이고

$$X \cap (B - A) = \{5, 11\} \text{ 이므로}$$

5, 11 은 X 의 원소이고 3, 13 은 X 의 원소가 아니다.

따라서 X 는 5, 7, 11, 9 를 포함하고 3, 13 은 포함하지 않는 전체집합 U 의 부분집합이므로

$$2^{8-4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 서로 같은 집합을 고르면?

- | | |
|--------------|------------------|
| ㉠ A | ㉡ $B - A$ |
| ㉢ $A \cap B$ | ㉣ \emptyset |
| ㉤ $A - B^c$ | ㉥ $A^c \cup B^c$ |

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

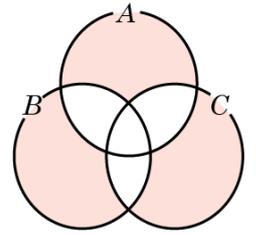
▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉤

해설

$A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$,
 $A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B = A$
 따라서 ㉠, ㉢, ㉤ 이 A 로 같다.

20. 1 에서 100 까지의 자연수 중에서 $A = \{x|x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 속하는 원소의 개수는?



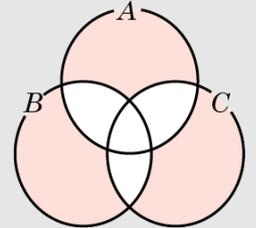
[배점 5, 상하]

- ㉠ 48 개 ㉡ 67 개 ㉢ 75 개
 ㉣ 77 개 ㉤ 85 개

해설 부분에 속하는 원소

의 개수는

$$n(A) + n(B) + n(C) - 2 \times n(A \cap B) - 2 \times n(B \cap C) - 2 \times n(C \cap A) + 3 \times n(A \cap B \cap C)$$



$n(A) = 50, n(B) = 33, n(C) = 20$, $A \cap B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(A \cap B) = 16$
 $B \cap C = \{x|x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(B \cap C) = 6$, $C \cap A = \{x|x \text{는 } 10 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(C \cap A) = 10$
 $A \cap B \cap C = \{x|x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$ 이므로 $n(A \cap B \cap C) = 3$
 따라서 $50 + 33 + 20 - 2 \times 16 - 2 \times 6 - 2 \times 10 + 3 \times 3 = 48$ 이다.