

실력 확인 문제

1. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 미만의 } 5 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 13 < x < 15 \text{인 홀수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$A = \{5, 10, 15, 20\}$, $B = \emptyset$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 4 - 0 = 4$

2. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{a, b\}$
- ② $\emptyset$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{12\}$: 유한집합
- ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

3. 다음 중 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

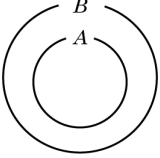
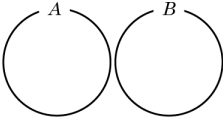
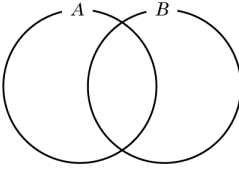
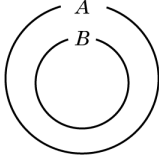
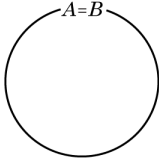
- ① $\{x \mid x \text{는 한 자리의 홀수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 큰 한 자리의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ② $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{1, 3\}$
- ⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

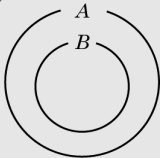
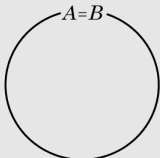
4. 다음 중 $B \subset A$ 인 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

해설

A 집합의 모든 원소가 B 집합의 원소가 되는 그림을 찾으려면

- ④  와 ⑤  뿐이다.

5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개
④ 8개 ⑤ 16개

해설

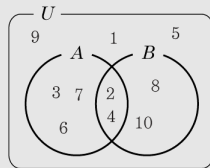
$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다. 따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

6. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B^C = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$, $B - A = \{8, 10\}$, $(A \cup B)^C = \{1, 5, 9\}$ 일 때, 집합 A 의 원소가 아닌 것은? [배점 3, 중하]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$$\therefore A = \{2, 3, 4, 6, 7\}$$

[별해] $(A \cup B)^C = \{1, 5, 9\}$ 이므로

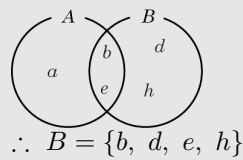
$A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 10\}$ 이다.

$$A = (A \cup B) - (B - A) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, h\}$ 일 때, 집합 B 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{a, d, e, h\}$ ② $\{b, d, e, h\}$
 ③ $\{b, e, h\}$ ④ $\{d, e, h\}$
 ⑤ $\{d, e\}$

해설



8. 두 집합 $A = \{\neg, \perp, \sqsubset, \supset\}$, $B = \{\perp, \sqsubset, \supset, \sqsupset\}$ 에 대하여 두 집합 A, B 의 부분집합이 되는 집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 0 개 ② 2 개 ③ 4 개
 ④ 6 개 ⑤ 8 개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수는 $\{\perp, \sqsubset, \supset\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^3 = 8$ (개)

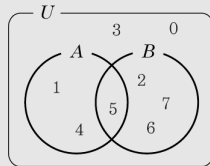
9. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$, $(A \cup B)^c = \{0, 3\}$, $A - B = \{1, 4\}$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$B - A = \{2, 6, 7\}$ 이므로 $n(B - A) = 3$

10. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 3의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

11. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

② $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.

③ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

해설

② $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$

④ $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 이면 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$

⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$

12. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$\{c, d\} \subset X \subset A$$

[배점 5, 중상]

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

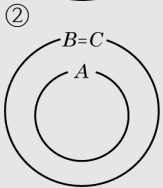
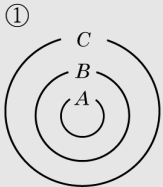
해설

X 는 원소 c, d 를 반드시 포함하는 A 의 부분집합이므로 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

13. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 중상]

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.
- ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.
- ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설



- ③ 예를 들면 $A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$ 이면, $A \subset B, B \subset C$ 이지만 $A \neq B$
- ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면, $A = B = C$
- ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면, $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 5, 중상]

- ① $n(\{0\}) = 1$
- ② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
- ③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$
- ④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$
- ⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

- ② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$
- ③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$
- ④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

15. 각 자리의 숫자의 합이 5 보다 작은 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:
 ▷ 정답: 10

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31, 40\}$
 $n(A) = 10$

16. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합이 $A = \{1, 2, 3, 6\}$,
 $B = \{1, 2, 4, 8\}$ 일 때, $(A \cap B)^c$ 의 원소의 개수를
 바르게 구한 것은? [배점 5, 중상]

- ① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개
 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

$A \cap B = \{1, 2\}$ 이므로 $(A \cap B)^c = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
 따라서 $n(A \cap B)^c = 8$ 이다.

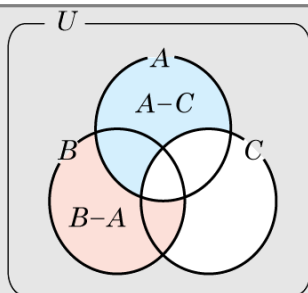
17. 전체집합 $U = \{x \mid x \leq 100 \text{인 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n((A^c \cap B) \cup (A - C))$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 32

해설

$B = B - A$ 이므로 $(B - A) \cap (A - C) = \emptyset$
 $\therefore n((A^c \cap B) \cup (A - C)) = n(A^c \cap B) + n(A - C)$
 $n(A^c \cap B) = n(B - A) = n(B) - n(B \cap A)$
 $= 20 - 5 = 15$
 $n(A - C) = n(A) - n(A \cap C) = 25 - 8 = 17$
 $\therefore 15 + 17 = 32$



18. 두 집합 $A = \{4, 3a, \frac{3}{a} + 1\}$, $B = \{a, a + 1, 4a - 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일
 때, A 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 2는 A 의 원소이다.

(i) $3a = 2$ 이면 $a = \frac{2}{3}$

$A = \{\frac{11}{9}, 2, 4\}$, $B = \{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\}$

$A - B = A$ 이므로 문제의 조건과 맞지 않는다.

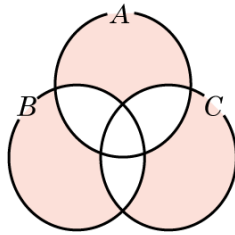
(ii) $\frac{a}{3} + 1 = 2$ 이면 $a = 3$

$A = \{2, 4, 9\}$, $B = \{3, 4, 9\}$

$A - B = \{2\}$ 이므로 문제의 조건에 적합

$\therefore a = 3$

19. 1에서 100까지의 자연수 중에서 $A = \{x|x \text{는 } 2\text{의 배수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 3\text{의 배수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 5\text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 속하는 원소의 개수는?



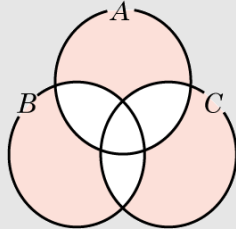
[배점 5, 상하]

- ① 48 개 ② 67 개 ③ 75 개
④ 77 개 ⑤ 85 개

해설 부분에 속하는 원소

의 개수는

$$n(A) + n(B) + n(C) - 2 \times n(A \cap B) - 2 \times n(B \cap C) - 2 \times n(C \cap A) + 3 \times n(A \cap B \cap C) \text{ 이다.}$$



$$n(A) = 50, n(B) = 33, n(C) = 20, A \cap B = \{x|x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(A \cap B) = 16$$

$$B \cap C = \{x|x \text{는 } 15\text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(B \cap C) = 6, C \cap A = \{x|x \text{는 } 10\text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(C \cap A) = 10$$

$$A \cap B \cap C = \{x|x \text{는 } 30\text{의 배수}\} \text{ 이므로 } n(A \cap B \cap C) = 3$$

$$\text{따라서 } 50 + 33 + 20 - 2 \times 16 - 2 \times 6 - 2 \times 10 + 3 \times 3 = 48 \text{ 이다.}$$

20. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1 쌍이 될 수 있다.

$$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9(\text{쌍})$$