

test

1. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 4 개라고 할 때, 자연수 n 의 값은?

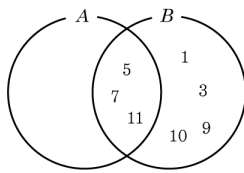
[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$2^{(1을 제외한 원소의 개수)} = 2^{n-1} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 3$$

2. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11\}$, $A \cap B = \{5, 7, 11\}$ 일 때, 다음 중 집합 A가 될 수 있는 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $\{2, 3, 5, 7, 9, 11\}$ ② $\{5, 6, 7, 9, 10, 11\}$
 ③ $\{2, 3, 5, 6, 7, 8, 11\}$ ④ $\{2, 4, 5, 7, 11, 12\}$
 ⑤ $\{1, 4, 5, 9, 10\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{5, 7, 11\}$ 을 포함하여야 하며 B 집합에만 존재하는 원소 1, 3, 9, 10 은 들어갈 수 없다.

- ① 3, 9 이 포함되어서 옳지 않다.
 ② 9, 10 이 포함되어서 옳지 않다.
 ③ 3 이 포함되어서 옳지 않다.
 ⑤ 1, 9, 10 이 포함되어서 옳지 않다.

3. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\{5\} \subset \{5, 9\}$ ② $2 \subset \{1, 3\}$
 ③ $4 \in \{1, 3, 5\}$ ④ $\emptyset \in \{3\}$
 ⑤ $0 \in \emptyset$

해설

집합 $\{5\}$ 는 집합 $\{5, 9\}$ 의 부분집합이다.

4. 두 집합 $A = \{x, y, \{x, y, \emptyset\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$A = \{x, y, \{x, y, \emptyset\}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\} \text{ 에서}$$

$$n(A) = 3 \text{ 이고, } n(B) = 3 \text{ 이므로}$$

$$n(A) - n(B) = 0 \text{ 이다.}$$

5. 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 28 \text{의 약수}\},$$

$$B = \{1, 2, 14, 28, a, b\}$$

에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값을
구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

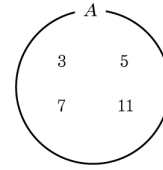
$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$ 이고

$B = \{1, 2, 14, 28, a, b\}$ 이므로

$a + b = 4 + 7 = 11$ 이다.

6. 다음 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



[배점 3, 하상]

① $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{이하의 자연수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{이상 } 11 \text{이하의 소수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{이상 } 12 \text{이하의 홀수}\}$

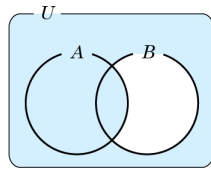
⑤ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{의 약수}\}$

해설

$\{3, 5, 7, 11\}$ 는 소수 중 3 이상이고 11 이하의 소수이다.

조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$ 이다.

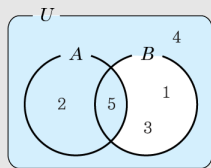
7. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 5\}, B = \{1, 3, 5\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



[배점 3, 하상]

- ① $\{2, 4\}$ ② $\{4, 5\}$
 ③ $\{2, 4, 5\}$ ④ $\{1, 2, 3, 4\}$
 ⑤ $\{1, 2, 4, 5\}$

해설



따라서 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $\{2, 4, 5\}$ 이다.

8. 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\},$$

$$B = \{a, 3, 5, 7, b\}$$

에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

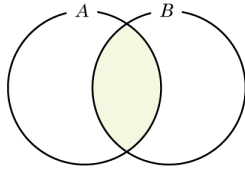
$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이고

$B = \{a, 3, 5, 7, b\}$ 이므로

$a = 1, b = 9$ 또는 $a = 9, b = 1$ 이므로

$$a + b = 10$$

9. 두 집합 $A = \{2, 4, 8, 9, 10, 12\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



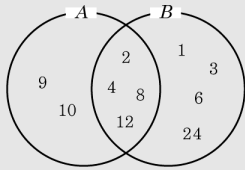
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 26

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 가 된다. 벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{2, 4, 8, 12\}$ 이다. 따라서 색칠한 부분의 원소의 합은 $2+4+8+12 = 26$ 이다.

10. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 부분집합 중 원소 3, 7를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 $2^{(3, 7 \text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-2} = 2^2 = 4$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 28 \text{의 약수}\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
 $A = \{1, 2, 4, 7, 14\}$ 이므로
 $B = \{1, 2, 4, 7, 14\}$
 따라서 $n(B) = 5$ 이다.

13. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A = \{2, 4\}$ 이면, $n(A) = 2$
 ② $n(\emptyset) < n(\{\emptyset\})$
 ③ $A = \emptyset$ 이면, $n(A) = 0$ 이다.
 ④ $n(\{0\}) = 0$ 이다.
 ⑤ $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이면
 $n(A - B) = 3$ 이다.

해설

④ $n(\{0\}) = 1$ 이다.

14. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset B$ 이다. 다음 중 $A \subset C$ 가 되는 경우는? [배점 4, 중중]

- ① $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$
 ② $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$
 ③ $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$
 ④ $A = \{\emptyset\}$, $C = \emptyset$
 ⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{1, 5, 9, 11\}$

해설

$A \subset B$ 이므로, $B \subset C$ 일 때, $A \subset C$ 의 포함 관계가 성립한다.

- ① $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 포함 관계 없음.
 ② $A = \{6, 12, 18, \dots\}$, $C = \{12, 24, \dots\}$ 이므로 $C \subset A$
 ③ $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C = \{1, 3, 5, \dots\}$ 이므로 $B \subset C$
 ④ $A = \{\emptyset\}$, $C = \emptyset$ 이므로 $C \subset A$
 ⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{1, 5, 9, 11\}$ 이므로 포함 관계 없음.

15. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{x, y\} \subset \{y, x, z\}$
- ② $\{\emptyset\} \subset \{4, \{4, \emptyset\}\}$
- ③ $\{4, 8\} \subset \{4, 4 \times 2\}$
- ④ $\{1, 3, 5\} \subset \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$
- ⑤ $\emptyset \subset \emptyset$

해설

② $\{\emptyset\} \not\subset \{4, \{4, \emptyset\}\}$

16. 60 명의 학생 중 등산을 좋아하는 학생이 28 명, 영화 감상을 좋아하는 학생이 37 명, 등산과 영화 감상을 모두 좋아하는 학생이 12 명일 때, 등산과 영화 감상을 모두 싫어하는 학생수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 7 명

해설

등산을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 영화 감상을 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

등산과 영화 감상을 좋아하는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 12$ 이다.

등산과 영화 감상을 모두 싫어하는 학생은 합집합을 제외한 나머지 인원이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 28 + 37 - 12$$

$$x = 53$$

$n(A \cup B) = 53$ 이므로 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 $60 - 53 = 7$ (명)이다.

17. 40명의 학생 중 수학을 좋아하는 학생이 24 명, 영어를 좋아하는 학생이 18 명, 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생이 9 명일 때, 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 7 명

해설

수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 영어를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

수학과 영어를 좋아하는 학생, 즉 $A \cap B = 9$ 이다.

수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 합집합을 제외한 나머지 인원이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 24 + 18 - 9$$

$$x = 33$$

$n(A \cup B) = 33$ 이므로 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 $40 - 33 = 7$ (명)이다.

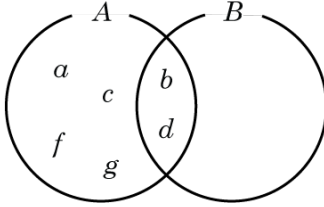
18. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a\}$, $B - A = \{c\}$, $A^c \cap B^c = \{b, e\}$ 일 때, $A \cap B$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{b\}$
- ② $\{d\}$
- ③ $\{b, d\}$
- ④ $\{b, c, d\}$
- ⑤ $\{d, e\}$

해설

$A - B = \{a\}$, $B - A = \{c\}$, $A^c \cap B^c = \{b, e\}$ 이므로 $A \cap B = \{d\}$ 이다.

19. 다음 벤 다이어그램에서 $A = \{a, b, c, d, f, g\}$, $A \cap B = \{b, d\}$ 가 성립할 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 있는 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $\{a, b, c, d, e, f\}$ ② $\{a, b, d, e, g\}$
 ③ $\{b, d, e\}$ ④ $\{a, c, d, e, g\}$
 ⑤ $\{a, c, e, g\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{b, d\}$ 을 포함하여야 한다.

그러나 A 집합에만 존재하는 원소 a, c, f, g 는 들어갈 수 없다.

- ① a, c, f 가 포함되어서 옳지 않다.
 ② a, g 가 포함되어서 옳지 않다.
 ④ a, c, g 가 포함되어서 옳지 않다.
 ⑤ a, c, g 가 포함되어서 옳지 않다.

20. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

$$A \subset C, B \subset C, C \subset E, D \subset E$$

[배점 5, 중상]

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다.
 ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다.
 ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다.
 ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다.
 ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다.

해설

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
 ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
 ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다. → $D \subset B$, $B \not\subset D$ 일 수 있다.
 ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다. → $E \subset D$ 이면, $D = E$ 이고 $A \subset E$ 이므로 $A \subset D$ 이다.
 ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다. → $B = C = E$ 일 수 있다.

21. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B) \cup (B - A) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 $n(B) - n(A)$ 와 같은 값을 모두 고른 것은?

- ㉠ $n(A) - n(B)$
 ㉡ $n(B)$
 ㉢ $n(A)$
 ㉤ $n((A \cup B) - n(A \cap B))$
 ㉥ $n(\{\emptyset\})$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉤

해설

$(A - B) \cup (B - A) = \emptyset$ 이므로 $A - B = \emptyset$, $B - A = \emptyset$ 이다.

따라서 $A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

$\therefore n(A) = n(B)$

$n(B) - n(A) = 0$ 이고

㉠ $n(A) - n(B) = 0$

㉤ $n((A \cup B) - n(A \cap B)) = 0$ 이다.

22. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $9 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 자연수 n 을 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

3 의 배수 3, 6, 9, 12, ... 에서 9 는 포함하지 않고 12 는 포함하므로 $n = 9, 10, 11$ 이다.

23. 집합 $A = \{x \mid x = 10 \times a + 2, a = 1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대해서, 원소 52 또는 72 를 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 24 개 ② 26 개 ③ 28 개
 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

$A = \{12, 32, 52, 72, 92\}$

원소 52 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{5-1} = 16$ (개)

원소 72 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{5-1} = 16$ (개)

원소 52, 72 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$2^{5-2} = 8$ (개)

원소 52 또는 72 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$16 + 16 - 8 = 24$ (개)

24. 자연수를 원소로 하는 두 집합

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}, \quad B = \{a_k + b | a_k \in A\} \text{ 가}$$

있다. $A \cap B = \{4, 7, 9\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 합이 32, $A \cup B$ 의 원소의 합이 62 일 때, 집합 B 의 원소 중 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 의 원소의 합에서 집합 A 의 원소의 합을 빼고,

$A \cup B$ 의 원소의 합을 더해 주면

집합 B 의 원소의 합이 되므로, 집합 B 의 원소의 합은 50 이다.

집합 A 의 원소의 합이

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 32 \text{ 이고,}$$

$$B = \{a_1 + b, a_2 + b, a_3 + b, a_4 + b, a_5 + b, a_6 + b\} \text{ 이므로}$$

집합 B 의 원소의 합은

$$a_1 + b + a_2 + b + a_3 + b + a_4 + b + a_5 + b + a_6 + b = 32 + 6b$$

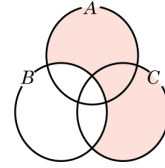
$$32 + 6b = 50 \text{ 이므로 } b = 3 \text{ 이 된다.}$$

교집합의 원소인 4, 7, 9 는 집합 A 와 B 의 원소 이므로 각각 3 을 더한 7, 10, 12 도 집합 B 의 원소가 된다.

또 집합 B 의 원소의 합이 50 이므로 4, 7, 9, 10, 12 와 8 이 된다.

$$\therefore B = \{4, 7, 8, 9, 10, 12\}$$

25. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



[배점 5, 중상]

① $(A \cap B) - C$

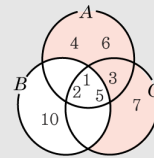
② $(A \cap C) - B$

③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$

⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.

26. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 이므로 남은 원소는 2, 5 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

27. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여 $f(P) = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N$ 이라 정의한다.

집합 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 할 때, $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16})$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 240

해설

$A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 두면, 집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{4-1} = 8$ (번) 씩 나온다.
 따라서 $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16}) = 8 \times (3 + 6 + 9 + 12) = 240$

28. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$