

실력 확인 문제

1. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

2 9 14 23 34 47 81

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이다.

9 의 약수 : 1, 3, 9

14 의 약수 : 1, 2, 7, 14

34 의 약수 : 1, 2, 17, 34

81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81

2 의 약수 : 1, 2

23 의 약수 : 1, 23

47 의 약수 : 1, 47

따라서 소수는 2, 23, 47 의 3 개이다.

2. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$

$$\begin{aligned} (a, b \text{의 공약수의 개수}) &= (24 \text{의 약수의 개수}) \\ &= (3 + 1) \times (1 + 1) \\ &= 8(\text{개}) \end{aligned}$$

3. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

[배점 2, 하중]

① (14, 22)

② (21, 49)

③ (27, 72)

④ (15, 58)

⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

① (14, 22) $\Rightarrow 2$

② (21, 49) $\Rightarrow 7$

③ (27, 72) $\Rightarrow 9$

④ (15, 58) $\Rightarrow 1$

⑤ (2, 20) $\Rightarrow 2$

4. 세 자연수 $A, 2^3 \times 7, 5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면? [배점 3, 하상]

① 23

② 25

③ 27

④ 29

⑤ 31

해설

세 자연수 $A, 2^3 \times 7, 5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로

A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7, 5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2 (= 4)$, 5, 7, $2^3 (= 8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8 = 27$ 이다.

5. 세 수 12, 24, 36 의 공배수 중 900 이하의 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 개

해설

12, 24, 36 의 공배수는 최소공배수 72 의 배수이므로 900 이하의 자연수는 $900 \div 72 = 12 \cdots 36$ 이므로 12 개이다.

6. 세 수 42, 70, 98 의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 1456 ② 1460 ③ 1462
④ 1468 ⑤ 1470

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$
 $70 = 2 \times 5 \times 7$
 $98 = 2 \times 7^2$ 에서
최대공약수는 2×7 , 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로
 $a = 14$, $b = 1470$ 이다.
따라서 $b - a = 1470 - 14 = 1456$ 이다.

7. 다음 중 두 수의 최대공약수가 1 이 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 8, 11 ② 15, 16 ③ 19, 27
④ 13, 52 ⑤ 28, 45

해설

④ 주어진 두 수의 최대공약수는 13 이다.

8. 다음 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수는 모두 몇 개인가?

7, 12, 15, 19, 23, 38, 45, 81

[배점 3, 하상]

- ① 없다. ② 1 개 ③ 3 개
④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

12 의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12
15 의 약수 : 1, 3, 5, 15
38 의 약수 : 1, 2, 19, 38
45 의 약수 : 1, 3, 5, 9, 15, 45
81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81
이므로 소수는 7, 19, 23 의 3 개이다.

9. 첫 번째 표는 알파벳을 어떤 규칙에 따라 암호화하는 것이다. 그 규칙을 찾아 두 번째 그림의 암호를 해독하여라.

A						
B						
C						
D						

⋮

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : LIKE

해설

$A = 1 = 1_{(2)}$, $B = 2 = 10_{(2)}$,
 $C = 3 = 11_{(2)}$, $D = 4 = 100_{(2)}$, ... 이다.

$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & \\ \hline \end{array} = 1100_{(2)} = 12$

12 번째 알파벳은 L

$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & \\ \hline \end{array} = 1001_{(2)} = 9$

9 번째 알파벳은 I

$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & \\ \hline \end{array} = 1011_{(2)} = 11$

11 번째 알파벳은 K

$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & \\ \hline \end{array}$

$= 101_{(2)} = 5$ 번째 알파벳은 E

∴ LIKE

10. 이진법으로 나타낸 수 중 가장 큰 세 자리 수와 가장 작은 세 자리 수의 차를 구하여라.

(십진법으로 나타내어라.)

[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

세 자리의 이진법의 수는 $100_{(2)}$ 부터 $111_{(2)}$ 까지의 수이다.

따라서 가장 작은 세 자리 이진법의 수는 $100_{(2)} = 1 \times 2^2 = 4$ 이고, 가장 큰 세 자리 이진법의 수는 $111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 4 + 2 + 1 = 7$ 이다.

∴ $7 - 4 = 3$

11. 다음은 십진법으로 나타낸 수를 이진법으로 고친 것이다. 옳지 않은 것을 골라라. [배점 3, 중하]

① $13 = 1101_{(2)}$ ② $25 = 11001_{(2)}$

③ $21 = 10101_{(2)}$ ④ $31 = 11111_{(2)}$

⑤ $53 = 110111_{(2)}$

해설

$53 = 32 + 16 + 4 + 1$

$= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 110101_{(2)}$

12. $2^5 < A < 2^6$ 인 A 를 이진법으로 나타내면 몇 자리 수가 되는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6자리 수

해설

$$2^5 = 1 \times 2^5 = 100000_{(2)}$$

$$2^6 = 1 \times 2^6 = 1000000_{(2)}$$

따라서 A 는 이진법으로 나타내면 6 자리 수이다.

13. 가로, 세로의 길이가 180cm, 150cm 인 직사각형 모양의 벽에 되도록 큰 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이와 필요한 타일의 개수를 각각 구한 것으로 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

① 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 60 개

② 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 30 개

③ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 60 개

④ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 30 개

⑤ 한 변의 길이 : 90cm , 타일의 개수 : 60 개

해설

타일의 한 변의 길이는 180, 150 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2) 180 \quad 150 \\ 3) \quad 90 \quad 75 \\ 5) \quad 30 \quad 25 \\ \hline 6 \quad 5 \end{array} \therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$$

한 편, 필요한 타일의 개수는 직사각형 벽의 가로, 세로의 길이를 정사각형 타일의 한 변의 길이로 나눠 준 후 곱한 값이다.

$$(\text{가로}) = 180 \div 30 = 6(\text{개})$$

$$(\text{세로}) = 150 \div 30 = 5(\text{개})$$

$$\therefore (\text{필요한타일수}) = 6 \times 5 = 30(\text{개})$$

14. 이진법으로 나타낸 수 $1a11_{(2)}$ 과 $11b00_{(2)}$ 이 3의 배수가 되기 위한 a, b 의 값을 각각 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1, b = 0$

해설

$1a11_{(2)} = 1 \times 2^3 + a \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11 + 4 \times a$
 a 의 값이 될 수 있는 수는 0 또는 1이므로 3의 배수가 되려면 $a = 1$ 이어야 한다.

$11b00_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + b \times 2^2 = 24 + 4 \times b$
 b 의 값이 될 수 있는 수는 0 또는 1이므로 3의 배수가 되려면 $b = 0$ 이어야 한다.

15. 어떤 자연수로 45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남으므로 어떤 자연수는 42, 56, 84의 공약수이다. 따라서 이 중 가장 큰 자연수는 42, 56, 84의 최대공약수인 14이다.

16. 다음 보기 중 3의 배수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

$2^4 \times 3, 111_{(2)}, 1011_{(2)},$
 $10111_{(2)}, 100100_{(2)}, 282$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

$$111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 7$$

$$1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11$$

$$10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 23$$

$$100100_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 = 36$$

따라서 3의 배수가 아닌 수는 $111_{(2)}, 1011_{(2)}, 10111_{(2)}$ 의 3개이다.

17. 세 자연수의 비가 $2:4:7$ 이고, 최소공배수가 392 일 때, 세 자연수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

▷ 정답 : 56

▷ 정답 : 98

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $4 \times x$, $7 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \quad 2 \times x \quad 4 \times x \quad 7 \times x \\ 2) \quad \underline{2} \quad \underline{4} \quad \underline{7} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad \quad 1 \quad \quad 2 \quad \quad 7 \\ x \times 2 \times 2 \times 7 = 392 \end{array}$$

$$x = 14$$

따라서, 세 자연수는 28, 56, 98 이다.