

문제 풀이 과제

1. 두 수 또는 두 식 $A \cdot B = 0$ 인 것을 가장 알맞게 표현한 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = 0$ 그리고 $B = 0$
 ② $A \neq 0$ 그리고 $B = 0$
 ③ $A = 0$ 그리고 $B \neq 0$
 ④ $A = 0$ 또는 $B = 0$
 ⑤ $A \neq 0$ 그리고 $B \neq 0$

해설

$A \cdot B = 0$ 가 성립하려면 A, B 중 적어도 어느 하나는 0 이 되어야 한다.
 이를 표현한 것은 ④이다.

2. 이차방정식 $ax^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 1 일 때, a 의 값과 또 다른 근과의 곱을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $a - 1 - 1 = 0 \therefore a = 2$
 따라서 주어진 식은 $2x^2 - x - 1 = 0$
 $(2x + 1)(x - 1) = 0$
 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$
 $\therefore 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

3. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$$x^2 - 2x - 8 = 0, x^2 + x - 20 = 0$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

해설

$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = 4, -2$
 $x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$
 $\therefore x = 4, -5$
 따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

4. 다음 중 집합 $\{x | x^2 - 3x - 10 = 0\}$ 과 서로 같은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x | x + 2 = 0\} \cup \{x | x - 5 = 0\}$
 ② $\{x | x + 2 \neq 0\} \cup \{x | x - 5 = 0\}$
 ③ $\{x | x + 2 = 0\} \cup \{x | x - 5 \neq 0\}$
 ④ $\{x | x + 2 \neq 0\} \cap \{x | x - 5 \neq 0\}$
 ⑤ $\{x | x + 2 = 0\} \cap \{x | x - 5 = 0\}$

해설

$x^2 - 3x - 10 = 0$
 $(x + 2)(x - 5) = 0$
 $x + 2 = 0$ 또는 $x - 5 = 0$
 $\therefore \{x | x + 2 = 0\} \cup \{x | x - 5 = 0\}$

5. 이차방정식 $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $a = 10$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-4) + 3x^2 - 16x + 15 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{3x^2 - 16x + 15}{x-4} \\ &= \frac{(x-4)(3x-4) - 1}{x-4} \\ &= 3x - 4 - \frac{1}{x-4} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-4 = \pm 1$ 이다.

$x = 3$ 또는 $x = 5$ 이므로

(i) $x = 3$ 일 때, $a = 6$

(ii) $x = 5$ 일 때, $a = 10$ 이다.

6. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x+17$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{3}{2}$

▷ 정답 : $x = 7$

해설

$$\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x+17$$

$$2x(x-3) - 4(x+1) = x+17$$

$$2x^2 - 6x - 4x - 4 = x+17$$

$$2x^2 - 11x - 21 = 0$$

$$(x-7)(2x+3) = 0$$

따라서 $x = 7$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$ 이다.

7. 집합 $A = \{x \mid (x+5)^2 = a\}$ 에 대하여 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$A = \{x \mid (x+5)^2 = a\}$ 가 중근을 가지므로

$$25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = 0$$

8. 다음 중 집합 $\{x \mid x^2 - 7x - 30 = 0\}$ 과 같은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $\{x \mid x + 3 \neq 0\} \cap \{x \mid x - 10 \neq 0\}$
 ② $\{x \mid x + 3 \neq 0\} \cup \{x \mid x - 10 \neq 0\}$
 ③ $\{x \mid x + 3 = 0\} \cap \{x \mid x - 10 = 0\}$
 ④ $\{x \mid x + 3 = 0\} \cup \{x \mid x - 10 = 0\}$
 ⑤ $\{x \mid x + 3 = 0\} \cup \{x \mid x - 10 \neq 0\}$

해설

$$\begin{aligned} & \{x \mid x^2 - 7x - 30 = 0\} \\ &= \{x \mid (x + 3)(x - 10) = 0\} \\ &= \{x \mid x + 3 = 0 \text{ 또는 } x - 10 = 0\} \\ &= \{x \mid x + 3 = 0\} \cup \{x \mid x - 10 = 0\} \end{aligned}$$

9. 다음에서 $AB \neq 0$ 과 같은 뜻을 갖는 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $A \neq 0$ 또는 $B \neq 0$ ② $A \neq 0$ 또는 $B = 0$
 ③ $A = 0$ 또는 $B \neq 0$ ④ $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$
 ⑤ $A \neq 0$ 이고 $B = 0$

해설

$AB \neq 0$ 이려면 A, B 모두 0이 아니어야 한다.

10. x 에 관한 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근의 곱은? (a 는 정수)
[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 2, 3
 ④ -6 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & x = 3 \text{ 을 대입하면 } 3a^2 - 11a + 10 = 0 \\ & \text{인수분해하면 } (3a - 5)(a - 2) = 0 \\ & a = 2 \text{ (} \because a \text{ 는 정수)} \\ & x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ 을 인수분해하면 } (x - 3)(x - 2) = 0 \\ & x = 3 \text{ 또는 } x = 2 \\ & \text{따라서 두 근의 곱은 6} \end{aligned}$$

11. 두 집합 A, B 에서 $A = \{x|x^2 - 4x - a = 0\}$,
 $B = \{x|x^2 + bx + c = 0\}$ 에 대해서 $A \cap B = \{-1\}$,
 $n(B) = 1$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$A \cap B = \{-1\}$ 이므로 $x = -1$ 은 공통의 해이다.
 $x = -1$ 을 $x^2 - 4x - a = 0$ 에 대입하면 $1 + 4 - a = 0$
 $\therefore a = 5$
또 $n(B) = 1$ 이고 $x = -1$ 가 공통의 해이므로
 $x^2 + bx + c = 0$ 는 중근 $x = -1$ 을 갖는다.
 $(x+1)^2 = 0$
 $x^2 + 2x + 1 = 0$
 $\therefore b = 2, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 5 + 2 + 1 = 8$

12. 이차방정식 $x^2 + (x+2)^2 = 7x+3$ 의 두 근이 $a, b(a > b)$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 2b - 2a = 0$ 의 두 근의 곱은?
[배점 4, 중중]

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

전개하여 정리하면
 $2x^2 - 3x + 1 = 0$
 $(x-1)(2x-1) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $\frac{1}{2}$
두근이 $a, b(a > b)$ 이므로
 $a = 1, b = \frac{1}{2}$
 $x^2 - 2b - 2a = 0$ 에 대입하면
 $x^2 - x - 2 = 0$
 $(x+1)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$
따라서 두 근의 곱은 -2 이다.

13. 다음에 주어진 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

보기

㉠ $x^2 - 4x - 4 = 0$

㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}$

㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0$

㉣ $x^2 + 6x = 9$

㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$

[배점 4, 중중]

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0의 꼴이어야 한다.

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0 \therefore x = 2$
(중근)

㉡ $x^2 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} \Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0$
 $(3x - 1)^2 = 0 \therefore x = \frac{1}{3}$ (중근)

㉢ $x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x + 4)^2 = 0 \therefore x = -4$
(중근)

㉤ $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{25} = 0$ 의 양변에 100을 곱하면
 $25x^2 + 20x + 4 = 0, (5x + 2)^2 = 0$
 $\therefore x = -\frac{2}{5}$

14. 임의의 실수 x 의 정수 부분이 a 일 때, $[x] = a$ 로 나타내기로 한다. $2 \leq x < 3$ 일 때, 방정식 $[x]x^2 - x - 5[x] = 0$ 의 해는? [배점 5, 중상]

① $\frac{5}{2}$

② $\frac{7}{3}$

③ $\frac{3}{2}$

④ -2

⑤ $-\frac{5}{2}$

해설

$2 \leq x < 3$ 이므로 $[x] = 2$ 이다.

$[x] = 2$ 를 대입하면 $2x^2 - x - 10 = 0$ 이고, 인수분해를 하면 $(2x - 5)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = \frac{5}{2}$ ($\because 2 \leq x < 3$)

15. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근 중 음수가 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 한 근일 때, a 의 값은? [배점 5, 중상]

① 3

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 6)(x + 2) = 0$

$x = 6, -2$

음수의 근 -2 가 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 근이므로
 $(-2)^2 - 4a + a + 2 = 0$

$\therefore a = 2$

16. 두 집합 $A = \{x \mid 2x^2 + 2x - 12 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + ax - a - 6 = 0\}$ 에 대하여
 $A \cup B = \{-4, -3, 2\}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?
 [배점 5, 중상]

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$A : 2(x-2)(x+3) = 0, x = 2, -3$
 $A \cup B = \{-4, -3, 2\}$ 이므로, 집합 B 는 -4 를
 원소로 갖는다.
 이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 근은 -4
 이므로
 $(-4)^2 + a \times (-4) - a - 6 = 0$
 $16 - 4a - a - 6 = 0, 10 - 5a = 0 \therefore a = 2$

17. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 계수를 정하는데, 안이
 보이지 않는 상자에 $0 \sim 9$ 까지의 숫자가 적힌 공을
 넣어 첫 번째 뽑힌 숫자를 a , 두 번째 뽑힌 숫자를 b 로
 정했다고 한다. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이
 1개일 확률이 $\frac{t}{s}$ 라고 할 때, $t+s$ 의 값을 구하여라.
 (단, t, s 는 서로소이고, 첫 번째 뽑은 공은 다시 상자
 안에 넣고 두 번째 공을 뽑는다.) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 26

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이
 되어야 하므로 $\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b, a^2 = 4b$
 이를 만족하는 (a, b) 를 구하면
 $(a, b) = (0, 0), (2, 1), (4, 4), (6, 9)$ 의 네 가지
 이고 모든 경우의 수는 100가지이다.
 따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ 이다.
 $\therefore t = 1, s = 25$ 이므로 $t + s = 26$ 이다.